

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MESSINA

Dipartimento di Ingegneria

Dottorato di Ricerca in Ingegneria e Chimica dei Materiali e delle Costruzioni (XXXVI Ciclo) Coordinatore: Prof. Edoardo Proverbio

Settore Scientifico Disciplinare (SSD): ICAR/09

VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA STRUTTURALE DI IMPALCATI DA PONTE A SCHEMA GERBER MEDIANTE CURVE DI FRAGILITÀ

Tesi di Dottorato di: Dott. Ing. **Davide MESSINA**

Tutor:

Ch.mo Prof. Ing. Antonino RECUPERO

Co-tutors:

Ch.mo Prof. Ing. Edoardo PROVERBIO Prof. Ing. Dario DE DOMENICO

INDICE

I٢	Introduzione 1						
1	GESTIONE DELLE INFRASTRUTTURE DA PONTE ESISTENTI						
	1.1	Inquadramento storico	5				
	1.2	Problematiche dei ponti esistenti	9				
	1.3	Quadro normativo	12				
	1.4	Cenni sui metodi di valutazione probabilistica della sicur	ezza				
	strutt	urale	14				
	1.5	Proposta di un protocollo di valutazione della sicur	ezza				
	strutturale per gruppi di ponti						
2	Dec	GRADO DELLE STRUTTURE E INCERTEZZE DELLE CONOSCENZE	.19				
	2.1	Premessa	19				
	2.2	Fonti di incertezza	20				
2.3 Degrado del calcestruzzo		Degrado del calcestruzzo	22				
	2.4 Corrosione delle armature						
	2.4.	1 Corrosione da carbonatazione	27				
2.4.		2 Corrosione da cloruri	29				
	2.5	Effetti della corrosione sulle strutture	33				
2.6 Calcolo dei parametr		Calcolo dei parametri di corrosione	37				
2.7 Diagnosi dei degradi		Diagnosi dei degradi	41				
2.7.		1 Rilevazione delle armature lente e di precompressione	42				
	2.7.	2 Profondità di carbonatazione e contenuto di cloruri	43				
2.7.3 2.7.4 2.7.5 2.7.6		3 Mappatura del potenziale di corrosione	45				
		4 Misura di resistività elettrica del calcestruzzo	47				
		5 Endoscopia	48				
		6 Rilascio tensionale	49				
	2.8	Caratterizzazione meccanica dei materiali in opera	51				

	2.8.1		Indagini sul calcestruzzo	51
2.8.2		3.2	Indagini sull'acciaio	53
3	M 57	ETOD	I DI ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI DEGLI IMPALCATI A	GRATICCIO
	3.1	Gei	neralità	57
	3.2 Lin		ee di influenza	59
	3.3	Me	todi di ripartizione trasversale	61
	3.3	8.1	Metodo di Courbon-Albenga	62
	3.3.2		Metodo di Courbon-Engesser	66
	3.3.3		Metodo di Vlasov	67
	3.3.4		Metodo di Massonnet	71
4	CA	LCOL	O DELLA CAPACITÀ PORTANTE DI ELEMENTI PRECOMPRES	si75
	4.1	Vei	ifica delle Regioni B	76
	4.1	.1	Calcolo della capacità flessionale	76
	4.1.2		Calcolo della capacità a taglio	
	4.2	Vei	ifica delle Regioni D	89
	4.2.1		Verifica di selle Gerber	
5	CA	SI ST	udio : Cavalcavia a schema Gerber in c.a.p	97
	5.1	Des	scrizione dei manufatti	
	5.2	Ind	agini di caratterizzazione dei materiali e dello stato	di degrado
		105	5	
	5.2	2.1	Prove sui calcestruzzi	
	5.2.2		Indagini sugli acciai ordinari	
	5.2.3		Indagini sugli acciai da precompressione	123
	5.2.4		Prove di rilascio tensionale	124
	5.3	Cal	colo sollecitazioni agenti	125
	5.3	8.1	Peso proprio	125
	5.3	8.2	Carichi permanenti non strutturali	127

5.3	.3	Carichi da traffico	128				
5.4	Cale	colo capacità allo SLU					
5.5 Analisi di fragilità		ılisi di fragilità					
5.5.1		Generalità					
5.5.2		Applicazione al caso studio					
5.6	Ana	ılisi critica dei risultati					
Conclusioni153							
Bibliografia159							
BIBLIOG	RAFIA	٠	159				
Bibliog Append	RAFIA	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI	159 169				
BIBLIOG Append A.1	RAFIA ICE: Dist	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI tribuzione di frequenza e indici statistici	159 169 169				
BIBLIOG APPEND A.1 A.2	RAFIA ICE: Dist Dist	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI tribuzione di frequenza e indici statistici tribuzioni di probabilità	159 169 169 174				
BIBLIOG APPEND A.1 A.2 A.2	RAFIA ICE: Dist Dist	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI tribuzione di frequenza e indici statistici tribuzioni di probabilità La distribuzione di probabilità Gaussiana o Normale	159 169 169 174 176				
BIBLIOG APPEND A.1 A.2 A.2 A.2 A.2	RAFIA ICE: ' Dist Dist .1 .2	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI tribuzione di frequenza e indici statistici tribuzioni di probabilità La distribuzione di probabilità Gaussiana o Normale La distribuzione di probabilità LogNormale	159 169 169 174 176 177				
BIBLIOG APPEND A.1 A.2 A.2 A.2 A.2 A.2	RAFIA ICE: Dist Dist .1 .2 .3	TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI Tribuzione di frequenza e indici statistici tribuzioni di probabilità La distribuzione di probabilità Gaussiana o Normale La distribuzione di probabilità LogNormale La distribuzione di probabilità Esponenziale	159 169 169 174 176 177 				

INTRODUZIONE

Il problema della sicurezza delle opere d'arte esistenti non è mai stato così di interesse per la società civile come in questo periodo storico. Parallelamente anche il contenimento dello spreco delle risorse del pianeta ha sempre più un valore di rilievo. Infatti, negli ultimi anni tutte le maggiori potenze mondiali hanno sottoscritto protocolli di intesa per l'avvio di politiche volte alla cura dell'ambiente con particolare riferimento alla transizione energetica e in generale al contenimento dei livelli di anidride carbonica (CO₂) immessi in atmosfera.

In questo scenario, il mondo dell'ingegneria civile è assoluto protagonista, basti pensare che il calcestruzzo è il secondo materiale più utilizzato al mondo dopo l'acqua (Gagg, 2014) e che la produzione di una tonnellata di cemento e di acciaio liberano in atmosfera all'incirca rispettivamente 700 e 1800 kg di CO₂.

Calando questi dati all'interno di un contesto nel quale le infrastrutture esistenti sono costituite da un cospicuo numero di ponti e viadotti aventi più di 50 anni di età e soggetti ad un incremento dei livelli di carico rispetto a quelli per i quali sono stati progettati, si intuisce che per riportare i margini di sicurezza a livelli accettabili per la salvaguardia della vita umana, una politica volta al recupero del parco del costruito piuttosto che alla massiccia demolizione e ricostruzione sia l'unica strada realmente sostenibile dal punto di vista ambientale ed economico.

Con questo spirito, la presente tesi intende concentrarsi su impalcati da ponte ricorrenti nel parco infrastrutturale che per loro genesi possono essere raggruppati in un'unica tipologia, come nel caso di ponti o cavalcavia progettati e costruiti in serie con medesimi schemi strutturali e materiali. L'obiettivo è quello di sviluppare un protocollo di azione che possa diventare un efficace e rapido strumento per la valutazione della sicurezza e l'individuazione di eventuali deficienze strutturali e, sulla base di questa valutazione, suggerire agli enti gestori le più opportune e mirate strategie di intervento per un'auspicata riduzione della vulnerabilità strutturale.

Partendo da un inquadramento storico e normativo, la trattazione si sofferma sui possibili metodi di verifica della sicurezza strutturale con particolare riferimento ai ponti in calcestruzzo armato (c.a.) e precompresso (c.a.p.). Intimamente legato a queste tipologie strutturali, il secondo aspetto affrontato è il degrado dei materiali, con particolare riguardo alla corrosione delle armature. In tale contesto, viene fornito un approfondimento delle tecniche diagnostiche per la caratterizzazione delle proprietà meccaniche dei materiali e dello stato di degrado, aspetti basilari per condurre affidabilmente qualunque verifica strutturale di manufatti esistenti.

La tesi prosegue poi con la trattazione dei principali metodi di analisi delle sollecitazioni per la più diffusa tipologia di impalcati – che è quella dei graticci – e dei modelli di calcolo della capacità portante.

Una volta richiamati questi concetti preliminari, l'attenzione si è focalizzata sulla finalità della tesi che è quella di proporre una procedura di valutazione della sicurezza strutturale per una famiglia di 18 cavalcavia, suddivisi in due lotti e realizzati circa 50 anni fa con impalcati a graticcio in c.a.p. con schema Gerber. Tale famiglia di opere, in gestione al Consorzio per le Autostrade Siciliane (CAS) e qui analizzate come caso studio, è stata ritenuta, per materiali impiegati e schema strutturale, particolarmente interessante e ricorrente nelle opere costruite tra gli anni '70 e '90.

Partendo dall'analisi dei progetti originari, è stata effettuata un'estesa campagna di indagine volta alla determinazione delle proprietà meccaniche dei materiali e alla valutazione dello stato di degrado dei cavalcavia esaminati. Sulla base dei dati sperimentali raccolti, le verifiche strutturali sono state condotte in un contesto probabilistico, incorporando le inevitabili incertezze sulle proprietà meccaniche dei materiali, e sulla definizione dei carichi esterni, tramite simulazioni Monte Carlo. I risultati ottenuti sono stati elaborati statisticamente con il fine di tracciare le curve di fragilità dell'opera, ovvero funzioni che descrivono la probabilità di collasso al crescere del carico variabile da traffico. L'analisi delle curve di fragilità relative a un ventaglio di possibili meccanismi di collasso ha permesso di individuare le principali deficienze strutturali, fornendo degli spunti utili per un intervento mirato volto all'abbattimento della vulnerabilità strutturale in ambito statico.

Le analisi e i risultati presentati in questa tesi ambiscono ad avere una valenza più ampia della semplice trattazione di un caso studio, essendo le procedure proposte di carattere generale e contestualizzabili facilmente ad altre opere. Infatti, sebbene la presente tesi sia incentrata sullo studio di una specifica tipologia di opere, la metodologia proposta può essere utilmente adattata ad altri schemi strutturali, con l'intento di fornire agli enti gestori uno strumento che possa far emergere eventuali criticità in maniera mirata e conseguentemente guidarli nelle decisioni da intraprendere.

1 GESTIONE DELLE INFRASTRUTTURE DA PONTE ESISTENTI

1.1 Inquadramento storico

Sin dai tempi dei romani e fino alla fine dell'800, le strutture da ponte venivano concepite esclusivamente con strutture a travata (resistenti per massa) in materiale ligneo o con strutture ad arco (resistenti per forma) in muratura o ferro. Fino a quel periodo, nel mondo occidentale, rare erano state le applicazioni di altri sistemi, come nel caso del Chain bridge in Pennsylvania (1801) o del Real Ferdinando sul Garigliano (1832), due ponti sospesi (resistenti per forma) con catene d'acciaio.

Successivamente, grazie all'avvento del calcestruzzo, videro la luce i primi esempi di ponti in un nuovo materiale, come lo Stauffacher Bridge (1899) ad opera di Robert Maillart, progettato con schema ad arco a via superiore. Ma fu grazie al brevetto del c.a. di François Hennebique che le costruzioni in questo materiale innovativo si svilupparono in tutto il mondo, sia per ponti (sempre con lo schema ad arco a via superiore) che per edifici.

La prima realizzazione di un ponte in c.a. risale al 1894 nella città di Wiggen, in Svizzera, grazie al quale il francese mostrò le enormi potenzialità del proprio sistema traendo grossi profitti dalla concessione del brevetto alle imprese moltissimi Stati in tutto il mondo. Il primo esempio italiano di ponte in c.a. importante si trova a Roma ed è il Ponte del Risorgimento (1911) il quale fu una vera e propria sfida ingegneristica per via della luce da 100 m con altezza variabile lungo lo sviluppo fino ad un minimo di 80 cm in chiave (Franciosi, 1984).

In quegli anni l'ingegneria dei ponti nel mondo abbandonò gli schemi per massa, orientandosi verso l'utilizzo massiccio di ponti ad arco a via superiore in c.a., tanto che gran parte dell'autostrada A1 fu costruita facendo ricorso soltanto a questa tipologia strutturale per scavalcare valli e corsi d'acqua.

Per di più, l'invenzione di Ferdinando Innocenti con il suo snodo e quindi con le sue impalcature a "tubo Innocenti" contribuì alla realizzazione di opere di sempre maggiori dimensioni (vedi Figura 1.1).



Figura 1.1 - Centina dell'arco sul torrente Aglio.

Tuttavia, a partire dalle fine degli anni '60 qualcosa iniziò a cambiare in Italia e in Europa. Alcuni fattori di natura socio-economica, tecnica e tecnologica determinarono il passaggio dallo schema strutturale ad arco al sistema a travata nella tipologia di impalcato a *graticcio* (cioè l'unione di travi longitudinali collegate da travi trasversali dette traversi e completate da una soletta). Tra le cause più importanti si ricordano:

- aumento del costo della manodopera a seguito della regolamentazione di salari, orari, responsabilità;
- aumento del costo delle centine;
- nascita dei casseri rampanti per le pile;
- diffusione del c.a.p.;
- avvento della prima Normativa sismica.

Fino ad allora, le pile da ponte erano generalmente costituite da una serie di pilastri di sezione rettangolare piena collegati da una o più travi, per un'altezza massima che difficilmente superava i 20-30 m a causa delle difficolta di realizzazione. Si capisce allora come l'avvento delle casseforme rampanti sia un vero e proprio punto di svolta grazie al quale si poterono realizzare pile anche fino ai 200 m di altezza (Petrangeli, 1996), circostanza che rese possibile l'impiego diffuso dei ponti a travata.

La nascita del c.a.p. in realtà avvenne diversi decenni prima. I primi tentativi di realizzazione risalgono al 1888, ad opera di Doering, il quale intuì che conferendo all'elemento trave una presollecitazione di compressione o di pressoflessione tale da opporsi allo stato tensionale prodotto dai carichi esterni, la sezione potesse rimanere interamente reagente e di conseguenza aumentarne sensibilmente la resistenza.

I primi risultati furono però deludenti, a causa della bassa resistenza dei materiali impiegati. Nel 1907 fu Koenen a riproporre la stessa soluzione per ridurre le sollecitazioni di trazione nel calcestruzzo e migliorarne la durabilità nel tempo ma ancora con risultati incerti. Poi intorno ai primi anni '20, grazie al francese Eugène Freyssinet si cerco di proporre una tecnologia con una ricaduta professionale accettabile. Tuttavia, la scarsa resistenza dei materiali dell'epoca (sia calcestruzzo che acciaio) ne impedì la reale diffusione sino agli anni '50-'60 (Abeles, 1966). Infatti, soltanto grazie ai primi studi sui fenomeni reologici (Bazant & Wittman, 1982) si scoprì che per realizzare un elemento in c.a.p. fossero necessari calcestruzzi di resistenza cubica almeno pari a 35 MPa ed acciai armonici aventi resistenze triple o quadruple rispetto ai classici da c.a. ordinario.



Figura 1.2 - Trave da ponte in c.a.p. in fase di realizzazione.

Infine, anche l'avvento della prima normativa sismica nazionale (D.M. 03/03/1975), emanata in forza della tuttora vigente Legge n.64/1974, indusse i progettisti ad abbandonare lo schema ad arco in quanto l'azione sismica generava notevoli incrementi di spinta sulle imposte. In quel periodo i progettisti nutrivano forti timori nei confronti della geotecnica, la cui conoscenza era ancora in fase embrionale.

Per le ragioni sopra esposte, pertanto, tra gli anni '70 e '90 lo standard per i ponti divenne il graticcio di travi in c.a.p. e traversi (sia in c.a. che in c.a.p.) disposto in semplice appoggio o al più su schema Gerber, ma sempre e comunque isostatico. Ai tempi, infatti, i progettisti nutrivano forti timori nei confronti di stati tensionali non previsti causati da possibili cedimenti differenziali. Tra l'altro anche il calcolo strutturale non disponeva degli strumenti avanzati odierni e sicuramente le strutture isostatiche risultano di gran lunga più agevoli da calcolare rispetto alle iperstatiche, soprattutto se precompresse (Andrew & Witt, 1951).

Il comportamento a collasso di strutture a travata continua in c.a.p. fu oggetto di notevole dibattito e di studio a quei tempi (Aparicio & Arenas, 1981) ed il mondo professionale diffidava da tipologie strutturali non facilmente controllabili.

1.2 Problematiche dei ponti esistenti

Un primo ordine di problemi è senz'altro rappresentato dalla riduzione delle resistenze nel tempo a causa dell'inevitabile degrado dei materiali con particolare riguardo, nel caso di manufatti in c.a. e c.a.p., alle armature in acciaio. Svariati fattori possono poi determinare una maggiore o minore velocità con cui il fenomeno si manifesta, quali la scelta di uno spessore di copriferro adeguato alla classe di esposizione del sito, il rapporto acqua/cemento adottato e la corretta vibratura del conglomerato, che influenzano la porosità della pasta cementizia, la perfetta iniezione della boiacca all'interno dei cavi di precompressione, i sistemi di raccolta delle acque piovane, l'impermeabilizzazione delle solette, ecc. Buona parte di questi dettagli, in passato, non erano presi in grande considerazione da progettisti e maestranze poiché non si era abituati a pensare in un'ottica di durabilità.

Naturalmente anche la rara o assente manutenzione dettata dal gran numero di infrastrutture a carico degli enti gestori e dalla ridotta capacità finanziaria gioca un ruolo chiave poiché non fa altro che amplificare gli effetti delle cause succitate. La mancata sostituzione dei giunti di espansione e dei sistemi di raccolta delle acque di piattaforma è una delle problematiche più frequenti che si riscontrano negli impalcati da ponte e che comportano dilavamento con cicli di bagnasciuga che a lungo termine accelerano molto i fenomeni corrosivi.

È da tenere presente, inoltre, che sotto i giunti vi sono gli appoggi e dunque zone di impalcato soggette a taglio. La corrosione di queste regioni può comportare il passaggio dal meccanismo di flessione, notoriamente duttile, a quello per taglio, maggiormente fragile (Recupero et al., 2018). Particolarmente delicata è poi la situazione in caso di impalcati con seggiole Gerber, elementi che per loro natura collassano fragilmente e che costituiscono un elemento di potenziale vulnerabilità a causa della percolazione delle acque provenienti da sovrastanti giunti difettosi (Mitchell et al., 2011). Talvolta anche la qualità dei materiali originari presenta deficienze dal punto di vista meccanico (Proverbio et al., 2021), soprattutto per materiali come il calcestruzzo che presentano alee di incertezza piuttosto ampie.

Proprio questo aspetto apre la scena all'aleatorietà delle resistenze dei materiali e delle azioni e di conseguenza alla valutazione probabilistica della sicurezza che sino alla normativa tecnica nazionale del 1996 – anno in cui venne introdotto per la prima volta il metodo semiprobabilistico agli stati limite – non era in alcun modo considerata. Il calcolo alle tensioni ammissibili (che coesistette sino al 2008), infatti, adottava semplici valori deterministici, applicando poi un coefficiente globale di sicurezza che teneva conto di tutte le incertezze sui materiali, sulle azioni e sui modelli adottati.

Un altro aspetto importante è l'aumento dei carichi rispetto a quelli per i quali le strutture sono state progettate. Infatti, le Norme Relative Ai Carichi per Il Calcolo Dei Ponti del 1962 prevedevano la distinzione tra ponti di 1[^] e 2[^] categoria, con una consistente differenza dei carichi. Ad oggi le categorie sono state riunificate, causando un importante scarto tra la domanda e la capacità per i ponti progettati come 2[^] categoria e oggi soggetti a carichi importanti, a volte anche oltre i limiti consentiti dal Codice della Strada, come nel caso del crollo del cavalcavia di Annone (Di Prisco et al., 2023).

Tuttavia il deficit non è relativo soltanto ai carichi da traffico, ma anche alle azioni sismiche. In quegli anni infatti le conoscenze della sismica erano molto scarse e le azioni orizzontali sugli elementi sismo-resistenti (pile e spalle) venivano considerate, in modo abbastanza superficiale, come aliquota forfettaria pari al 10% dei carichi verticali, senza tenere conto della sismicità dell'area o del periodo proprio della struttura.

Allora si capisce come l'aspetto della riduzione delle resistenze (R) e quello dell'aumento delle azioni (S) interagiscano tra loro determinando, in un contesto probabilistico, una distribuzione aleatoria della vita utile della struttura, come mostrato in Figura 1.3.



Figura 1.3 - Rappresentazione schematica dell'effetto del tempo sulle distribuzioni di resistenze e azioni di una struttura.

Per di più bisogna tenere conto dei casi di cattiva progettazione da imputare o al progettista – si pensi a errori di concezione strutturale – o alle conoscenze limitate dello stato dell'arte dell'epoca. L'esempio più lampante è la carenza di conoscenze approfondite sulla sismica, o su dettagli come il calcolo e la disposizione delle armature delle mensole tozze o il calcolo delle lunghezze di ancoraggio delle barre d'armatura.

1.3 Quadro normativo

All'indomani del crollo del viadotto Polcevera (Genova), la politica e la comunità scientifica nazionale del settore, sulla spinta emotiva dell'opinione pubblica, si sono adoperati in gran fretta per dar vita, per la prima volta in assoluto, a delle linee guida per la gestione dei ponti esistenti (D.M. 578/2020), successivamente modificato con il D.M. 204/2022.

L'idea è quella di fornire ai tecnici e agli enti gestori un protocollo con il quale stabilire un ordine di priorità di intervento sui manufatti, seguendo un approccio di analisi multilivello, reso necessario dato l'ingente numero di infrastrutture presenti sul territorio. La procedura prevede di censire, ispezionare e definire una Classe d'Attenzione (CdA) per tutte le opere, per poi soffermarsi su quelle che mostrano una CdA alta, alle quali verranno riservate valutazioni di livello superiore, quali quelle preliminari o accurate (verifiche di vulnerabilità). Nel seguito si illustrano, in modo sintetico, i vari livelli.

Il Livello O prevede la catalogazione, dal punto di vista geografico e generale, di tutti i manufatti del territorio nazionale, collezionando tutti i documenti tecnici e amministrativi esistenti con l'obiettivo di realizzare un catasto delle opere informatizzato, indispensabile per organizzare le operazioni dei successivi livelli.

Il Livello 1 prevede l'ispezione visiva da parte di un tecnico certificato di tutti i manufatti e la compilazione di tre tipologie di schede: le descrittive che identificano le caratteristiche geometriche, quelle del rischio idrogeologico e quelle di valutazione dei difetti che riportano le forme di degrado riscontrate aventi incidenza strutturale, con relativa intensità ed estensione.

Il Livello 2 consente di definire la CdA di ciascun manufatto in funzione del rischio strutturale/fondazionale, sismico, frane e idraulico attraverso l'elaborazione, secondo dei diagrammi di flusso riportati nel testo del decreto, dei dati ottenuti dal livello precedente. In base al risultato, un ulteriore flusso logico suggerisce quali azioni intraprendere: nel caso di CdA bassa e medio-bassa sono sufficienti delle ispezioni periodiche; per CdA media e medio-alta bisogna eseguire delle valutazioni preliminari di Livello 3, prescrivendo eventualmente delle ispezioni straordinarie; per CdA alta bisogna eseguire delle valutazioni accurate di Livello 4 con eventualmente un sistema di monitoraggio continuo.

Il Livello 3 prevede il calcolo della domanda, in termini di sollecitazioni, richiesta dalle norme in vigore all'epoca della progettazione dell'opera, rapportandola con quella richiesta dalla norma attuale. Tale rapporto permette di stimare, in modo preliminare e indiretto, la capacità minima che la struttura garantiva all'epoca di realizzazione, dando per scontato che questa fosse non minore della domanda. Da tale stima poi l'ente gestore deve valutare eventualmente la necessità di eseguire valutazioni accurate di Livello 4.

Il Livello 4 prevede la verifica statica, sismica ed eventualmente idraulica del manufatto secondo le prescrizioni delle Norme Tecniche per Le Costruzioni(NTC 2018) e della relativa Circolare Applicativa. Per eseguire verifiche accurate è necessario prevedere un piano di indagini per la caratterizzazione dei materiali dal punto di vista meccanico e dello stato di degrado, i cui risultati costituiranno la base per la modellazione della struttura. Per la prima volta vengono utilizzati dei coefficienti di sicurezza diversi da quelli previsti per le opere di nuova costruzione, seguendo la logica di un recente filone di ricerca (fib Bulletin 80, 2016) secondo la quale la vita utile residua di un'opera non è necessariamente di pari durata rispetto ad una ex-novo. Le verifiche accurate hanno lo scopo di chiarire se il ponte soddisfi pienamente i requisiti delle norme attuali (adeguato) o se necessiti di limitazioni della vita utile residua (operativo) o dei carichi (transitabile).

Il Livello 5, che non è esplicitamente trattato nelle Linee Guida, prevede l'analisi di resilienza della rete finalizzata all'analisi dell'interazione tra la struttura e la rete stradale di appartenenza e delle conseguenze di una possibile interruzione dell'esercizio del ponte. Si applica solo a ponti considerati di significativa importanza all'interno della rete.

1.4 Cenni sui metodi di valutazione probabilistica della sicurezza strutturale

La performance di una struttura è in generale funzione di un vettore di variabili di base **X** che caratterizza sia le azioni che le resistenze, come ad esempio la geometria, le proprietà dei materiali, le caratteristiche del sito di costruzione, la destinazione d'uso, ecc.

La variabile esito, anche nota come funzione di performance, può essere espressa come differenza tra la capacità G_R(**X**) e la domanda G_S(**X**):

$$Z = G(R, S) = G_R(\mathbf{X}) - G_S(\mathbf{X})$$
(1.1)

Lo spazio delle soluzioni è suddiviso in tre regioni diverse:

- Z < 0: regione di insuccesso;
- Z = 0: funzione di stato limite;
- Z > 0: regione di successo.

La probabilità di insuccesso è data dall'integrale della funzione di densità multivariata del vettore delle variabili di base aleatorie $f_X(\mathbf{w})$ sulla regione di insuccesso (cioè quella per Z<0), rappresentata in Figura 1.4.

$$p_f = p[G(\mathbf{X}) < 0] = \int \cdots \int_{G(\mathbf{X}) < 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{w}) d\mathbf{w}$$
(1.2)

La risoluzione analitica di tale integrale (metodo probabilistico completo di livello 3) può risultare particolarmente complessa, anche in considerazione del fatto che la funzione di stato limite è, in generale, non lineare. Per questo motivo sono nati dei metodi probabilistici di livello 2 che semplificano la trattazione analitica approssimando la funzione di stato limite ad una funzione lineare, approccio noto come First Order Reliability Method (FORM), oppure quadratica, noto come Second Order Reliability Method (SORM).



Figura 1.4 - Distribuzione della funzione di performance Z = G(R,S).

Tuttavia, non sempre questa semplificazione è possibile ed inoltre vi sono dei limiti sulle distribuzioni di probabilità utilizzate per caratterizzare le incertezze delle variabili di base.

Un approccio di tipo numerico invece non soffre dei problemi dei metodi analitici ed è per questo che ha trovato molto consenso nel mondo scientifico per l'esecuzione di analisi sofisticate (Moghaddasi et al., 2011; Sgambi et al., 2014). Il metodo numerico più diffuso è il *metodo Monte Carlo*, una tecnica che permette di approssimare numericamente il valore atteso di una funzione di cui si possono generare dei valori casuali in modo indipendente ed eseguendo un numero N_{sim} di simulazioni (solitamente almeno pari a 10ⁿ per stimare con buona accuratezza probabilità di collasso pari a 10⁻⁽ⁿ⁻¹⁾).

Gli attuali codici normativi, per fornire ai progettisti degli strumenti di analisi più semplici ma comunque affidabili, utilizzano metodi di valutazione della sicurezza semiprobabilistici, con i quali si tiene conto dell'aleatorietà di resistenze e azioni utilizzando per le verifiche valori deterministici ottenuti da considerazioni probabilistiche. In particolare si utilizzano i cosiddetti valori "caratteristici" e "di progetto", che rappresentano rispettivamente i frattili inferiori 5% e 0,5% circa delle distribuzioni di probabilità delle resistenze e 95% e 99,5% circa di quelle delle azioni.

1.5 Proposta di un protocollo di valutazione della sicurezza strutturale per gruppi di ponti

I protocolli proposti dalla letteratura e gli attuali orientamenti normativi per la stima della sicurezza delle infrastrutture sono indirizzati allo studio delle opere considerate come un unicum. La verifica viene condotta, con metodi di varia natura e difficoltà, valutando la loro vulnerabilità secondo quanto previsto dal Livello 4 delle Linee Guida.

Tuttavia, con riferimento ai ponti e/o ai viadotti, accade sovente che gli enti gestori possiedano una o più tipologie ricorrenti e ripetuti in serie, come nel caso dei lotti autostradali. In tali circostanze, sebbene in taluni casi sia indispensabile, un approccio di verifica opera per opera può risultare estremamente dispendioso.

Lo scrivente ritiene che il Livello 5 delle Linee Guida – che nella logica del legislatore rappresenta un'analisi meramente trasportistica – possa essere preceduto da un'analisi strutturale previsionale di un determinato lotto di manufatti da ponte che tipologicamente, per età e materiali impiegati possono essere riuniti in un unico gruppo.

Generalmente, infatti, accade che la realizzazione di un determinato lotto di costruzione di opere importanti sia appannaggio di una sola impresa che, verosimilmente, utilizza la stessa centrale di betonaggio per i calcestruzzi di tutto il lotto e ordini l'acciaio dalla stessa azienda siderurgica. Allora l'aleatorietà che vi è tra i diversi cubetti di calcestruzzo prelevati da una determinata opera è la stessa che vi è tra i cubetti di opere differenti, a parità di elemento strutturale. Queste considerazioni giustificano l'opportunità di raggruppare opere diverse nella stessa verifica.

In tal modo l'ente gestore sarebbe in grado di stimare il rischio potenziale di una certa famiglia di opere e stabilire la miglior strategia da intraprendere per ridurlo.

Eseguendo un'estesa campagna di indagine di caratterizzazione dei materiali è possibile avere un quadro molto completo dell'incertezza esistente, dal momento che la popolazione dei dati, a questo punto, sarà parecchio numerosa e le statistiche che ne derivano sufficientemente affidabili.

Per quanto riguarda le azioni permanenti (strutturali e non), con una classica analisi dei carichi, tenendo conto delle possibili incertezze (spessore della pavimentazione, peso delle barriere sostituibili, ecc.), è possibile costruire agevolmente una curva di densità di probabilità (vedi Appendice).

Per quanto concerne le azioni da traffico, esse sono state oggetto di numerosi studi specifici di settore (Bruls et al., 1996) che, analizzando sperimentalmente l'ampia gamma dei veicoli che circolano sulle strade ed i loro effetti dinamici, hanno permesso di proporre i diversi modelli di carico in una specifica parte dell'Eurocodice 1 (EN 1991-2:2003).

Le tipologie di verifica dell'affidabilità strutturale che possono essere impiegate sono le stesse di quelle delle analisi di vulnerabilità delle singole opere. Nello specifico ci si riferisce, con diversi livelli di approssimazione e sensibilità, ai metodi probabilistici di 2° e 3° livello e ai metodi numerici (ad es. simulazione Monte Carlo) che forniscono un valore di probabilità di collasso per la distribuzione di azioni e resistenze o al metodo analitico semiprobabilistico di 1° livello che fornisce l'esito della verifica per una fissata probabilità di collasso.

2 DEGRADO DELLE STRUTTURE E INCERTEZZE DELLE CONOSCENZE

2.1 Premessa

La durabilità delle strutture è un argomento che nel corso degli ultimi anni ha attirato su di sé le attenzioni della società civile, del mondo professionale e soprattutto della comunità scientifica del settore a causa dei crolli che si sono rapidamente succeduti (Bazzucchi et al., 2018; Di Prisco et al., 2018; Domaneschi et al., 2020; Scattarreggia et al., 2022).

In particolare, uno dei materiali che maggiormente va incontro a degrado è l'acciaio, ma mentre nel caso di strutture costituite da acciaio da carpenteria risulta facilmente attuabile, essendo a vista, una diagnosi precoce e un tempestivo intervento, nel caso di elementi strutturali in c.a. e in c.a.p. il materiale acciaio risulta nascosto ad una osservazione diretta, aspetto che rende più difficile l'individuazione di eventuali forme di degrado.

In taluni casi le strutture in calcestruzzo non armato correttamente progettate e realizzate possono avere una vita utile di centinaia se non migliaia di anni (le strutture d'epoca romana tuttora esistenti ne sono testimonianza) ma la corrosione delle armature impedisce al materiale c.a. di essere eterno. L'acciaio, infatti, è particolarmente sensibile all'azione di agenti che possono favorire la depassivazione dello stesso e l'innesco nel tempo di attacchi corrosivi. Il fenomeno è ancor più pericoloso nel caso di armature da precompressione (acciaio armonico) in virtù della intrinseca minore duttilità dovuta al maggior tenore di carbonio e alle lavorazioni metallurgiche di trafilatura a cui viene sottoposto.

L'adeguata cura durante la posa in opera come la corretta vibrazione del conglomerato cementizio, la maturazione controllata, l'idoneo assortimento granulometrico, l'assenza di porosità, il corretto rapporto acqua/cemento, e dettagli costruttivi idonei come la scelta di copriferri adeguati alla classe di esposizione del sito, l'accurata iniezione della boiacca all'interno delle guaine dei cavi di precompressione post-tesi, possono significativamente influenzare le prestazioni di una struttura nel corso dei decenni successivi (Bertolini et al., 2004; Pedeferri & Bertolini, 2000).

Per tutte queste ragioni, lo studio di manufatti esistenti in c.a./c.a.p. non può prescindere dalla trattazione – ancorché semplificata, non volendo rappresentare il focus della presente tesi – dei fenomeni di degrado, con particolare riferimento alla corrosione delle armature e delle metodologie di indagine dello stato dei materiali, tenendo conto delle incertezze intrinseche legate sia alle aleatorietà delle resistenze che all'affidabilità delle tecniche.

Per ulteriori approfondimenti si rimanda alla letteratura specifica citata e consultabile in bibliografia.

2.2 Fonti di incertezza

È ormai noto da decenni che non è possibile parlare di proprietà dei materiali in senso deterministico ma che vanno studiate all'interno di un campo aleatorio che racchiude un certo numero di inevitabili incertezze. Le disomogeneità locali a livello microscopico fanno sì che ciascun elemento, sia esso una barra di armatura, un cubetto di calcestruzzo o qualunque altro materiale, sia diverso da un altro prodotto dallo stesso stabilimento di produzione nel medesimo momento. Poi, a seconda del materiale in questione, la dispersione dei dati della generica proprietà può essere più o meno elevata. Per caratterizzare un materiale dunque è necessario elaborare i dati sperimentali con modelli teorici propri della scienza che studia i fenomeni aleatori, ossia la statistica. Al fine di alleggerire la trattazione, tali modelli sono stati approfonditi e riportati in Appendice.

Materiali come l'acciaio possiedono generalmente statistiche stabili, intese come Coefficienti di Variazione (CoV) intorno al 5% e quindi abbastanza bassi. Questo in virtù dei processi di lavorazione standardizzati che avvengono tutti in stabilimenti certificati e a filiera controllata e la minor sensibilità del materiale ai difetti intrinseci.

Il calcestruzzo invece possiede una variabilità nettamente maggiore (intorno al 20%) dovuta al maggior numero di fattori in gioco: primo su tutti il getto in opera e non in stabilimento, poi a seguire il rapporto acqua/cemento, la corretta vibrazione, l'umidità e la temperatura e la durata e le condizioni della fase di maturazione.

A queste incertezze, che sono quelle tipiche delle strutture nuove, nel caso di quelle esistenti se ne sommano delle altre. Con riferimento ad una struttura da ponte, le condizioni ambientali non sono mai omogenee, basti pensare alla diversa esposizione che può avere una trave di riva rispetto ad una centrale, le parti di trave in prossimità dei giunti rispetto alle altre, pile in alveo o in golena rispetto a quelle fuori argine, ecc.

Un altro fattore da tenere in conto è la scelta del tipo di indagini da eseguire e la numerosità. Ciascuna tecnica di indagine infatti possiede delle incertezze che derivano dal proprio grado di affidabilità, dall'efficienza degli strumenti impiegati, nonché dalla competenza dell'operatore. Tutto questo fa sì che l'alea di incertezza della singola indagine sia troppo ampia e che soltanto la combinazione di più tecniche possa dare un quadro esaustivo dello stato di salute dell'opera.

2.3 Degrado del calcestruzzo

Oltre ad assolvere la funzione portante, il calcestruzzo ha anche il compito di proteggere, mediante lo strato di copriferro, le barre d'armatura. Risulta dunque essenziale comprendere quali siano le cause che ne determinano il degrado. Le principali sono:

- processi fisici (cicli di gelo-disgelo, incendi, dilavamento);
- processi chimici (attacchi di acidi e solfati, carbonatazione);
- azioni meccaniche (urti, abrasioni, erosione);
- azioni strutturali (sovraccarichi).

Cicli di gelo-disgelo: il calcestruzzo è caratterizzato da una matrice porosa al cui interno è inglobata acqua. Questa, al di sotto degli 0° C, congela e aumenta il proprio volume di circa il 9% creando sforzi di trazione che indeboliscono la struttura se il fenomeno viene ripetuto ciclicamente. Tale circostanza avviene in ambienti montani o in climi continentali caratterizzati da inverni rigidi ed estati fresche. I danni provocati vanno dal semplice scrostamento superficiale dell'opera fino alla completa disintegrazione. Inoltre, la presenza di sali disgelanti, quali cloruri di calcio e sodio, a contatto con il calcestruzzo comporta un aggravio del degrado anche per la contemporanea corrosione delle armature (Bertolini et al., 2004).

Incendi: sebbene il calcestruzzo possieda un'elevata inerzia termica, sia un materiale incombustibile e non subisca significative riduzioni di resistenza sino ai 450 °C, in realtà la resistenza allo snervamento delle armature, già a partire dai 250 °C, comincia a mostrare riduzioni sino a dimezzarsi per temperature di 500 °C. Appare chiaro dunque che maggiore sarà lo strato di copriferro, maggiore sarà il tempo necessario affinché le alte temperature raggiungano le armature e di conseguenza maggiore sarà il tempo a cui la struttura potrà resistere sotto incendio.

Dilavamento: le acque dilavanti possono lentamente provocare disgregazione del calcestruzzo e, se questo è fessurato, tendono a disciogliere i prodotti a base di calcio. Gli idrossidi presenti all'interno della matrice cementizia vengono allontanati causando un abbassamento dell'alcalinità dell'ambiente ed a causa della presenza di anidride carbonica nell'aria si può attivare il meccanismo della carbonatazione, depositando sulla superficie esterna del calcestruzzo delle efflorescenze bianche di natura calcarea (carbonato di calcio).

Attacco acido: le acque dilavanti, soprattutto se di origine industriale, possono assumere carattere acido con pH < 6 in presenza di anidride carbonica; gli alcali presenti nei pori del calcestruzzo reagiscono, innescando la produzione di composti solubili in acqua. In presenza di grandi quantità di CO₂ si forma il bicarbonato di calcio oppure in presenza di cloruri si forma il cloruro di calcio, entrambi solubili.

Attacco solfatico: l'attacco solfatico si verifica in presenza di acque solfatiche, di terreni con tenore di solfato (espresso come SO_4^{2-}) superiore allo 0.2%, di acque marine, di ambienti industriali che emettono nell'atmosfera vapori o gas ricchi di SO₂ e/o SO₃. Questi possono penetrare nel calcestruzzo e reagire con i costituenti della matrice cementizia per dar luogo a reazioni chimiche con formazione di prodotti espansivi. Possono così prodursi rigonfiamenti che, partendo dagli spigoli e dagli angoli dei manufatti, danno luogo a fessurazioni, disgregazioni e distacchi. L'attacco dei solfati può anche manifestarsi come progressiva perdita di resistenza della pasta cementizia in seguito a una diminuzione della coesione tra i prodotti di reazione (Bertolini & Carsana, 2014).

Reazioni alcali-aggregati: La reazione alcali-silice è dovuta alla reazione tra la silice SiO₂ presente in alcuni tipi di aggregati e degli ioni ossidrili e degli ioni dei metalli alcalini (ioni Na⁺ e K⁺) provenienti dal cemento o dall'ambiente esterno per l'utilizzo di sale (NaCl) come disgelante. A seguito di queste reazioni, hanno origine prodotti gelatinosi dal carattere espansivo che generano tensioni all'interno del calcestruzzo. Nel caso di strutture massive contenenti una quantità rilevante di aggregato reattivo distribuito con omogeneità nel conglomerato, il degrado consiste generalmente in una fessurazione diffusa accompagnata da un rigonfiamento, soprattutto nelle zone più esposte all'umidità ambientale (Bertolini & Carsana, 2014).

2.4 Corrosione delle armature

La corrosione è un processo di natura elettrochimica, il che significa che l'ossidazione del metallo è controbilanciata dalla riduzione di un'altra sostanza in un'altra zona della superficie metallica, sviluppando in tal modo due regioni (anodo e catodo) aventi potenziali elettrochimici differenti. In particolare, nella regione anodica il metallo si ossida mentre nella catodica l'ossigeno si riduce incrementando l'alcalinità della soluzione.

Nel caso del calcestruzzo, l'elettrolita è costituito dalla soluzione presente nei suoi pori, che è sostanzialmente una soluzione di idrossido di calcio, sodio e potassio con un pH in genere di circa 13-14. In soluzioni alcaline con pH > 11,5 e in assenza di cloruri, la barra di armatura in acciaio si ricopre di un sottilissimo film di ossido, il cui spessore è di pochi strati atomici ma sufficienti a portarla in condizioni di *passività*, con una velocità di corrosione praticamente nulla. Un calcestruzzo correttamente confezionato e messo in opera si comporta come una soluzione alcalina e quindi passiva perfettamente le armature.

Purtroppo però il calcestruzzo può perdere nel tempo le proprie caratteristiche protettive. Questo si verifica principalmente per due motivi: carbonatazione e presenza di cloruri. In linea molto generale, la prima induce una corrosione diffusa su tutto lo sviluppo della barra ed in maniera grosso modo uniforme nella sezione trasversale; l'altra molto spesso (ma non sempre poiché dipende dalla concentrazione) comporta una corrosione localizzata in alcuni punti dello sviluppo longitudinale della barra e in sezione trasversale l'attacco risulta marcatamente asimmetrico.

A prescindere dalla causa della corrosione, nella vita delle strutture in calcestruzzo armato si possono individuare due fasi nettamente distinte, come mostrato in Figura 2.1: una di innesco della corrosione, in cui si ha la diffusione delle specie che portano alla perdita delle condizioni di passività, e una di propagazione in cui la corrosione ha effettivamente inizio. È chiaro che, quanto maggiore è lo strato di copriferro, tanto più grande sarà il tempo di innesco t_{inn} e dunque, per fissato t, tanto minore sarà il tempo di propagazione t_{prop} . Pertanto si può scrivere:



$$t = t_{inn} + t_{prop} \tag{2.1}$$

Figura 2.1 - Innesco e propagazione della corrosione in una struttura in c.a.

Dal punto di vista strutturale il modello di Figura 2.1 può essere meglio precisato introducendo il raggiungimento di eventi considerabili come stati limite. Con riferimento alla Figura 2.2a,b, nel caso di strutture in c.a. soggette rispettivamente a corrosione uniforme e localizzata, il punto 1 segna l'insorgenza dell'attacco sulle armature, il punto 2 l'inizio della fessurazione, il punto 3 il momento in cui la fessura assume dimensioni tali per cui l'aderenza acciaio-calcestruzzo viene meno o si ha il distacco del copriferro, ed infine il punto 4 il collasso della struttura (AICAP, 2005). Dal confronto tra i due grafici si osserva che nel caso di corrosione localizzata il fenomeno si evolve con maggiore velocità. Nonostante entrambi i diagrammi siano marcatamente non lineari, laddove gli elementi strutturali non presentassero evidenti fessurazioni, sarebbe possibile limitare le analisi al punto 2 e di conseguenza considerare un legame lineare.



Figura 2.2 - Evoluzione nel tempo del degrado di una struttura in c.a. soggetta a corrosione uniforme (a), localizzata (b).

La pendenza del segmento che rappresenta la fase di propagazione è la velocità di corrosione *V_{corr}*, misurata in µm/anno.

$$V_{corr} = \frac{10^3 P_{corr}}{t_{prop}}$$
(2.2)

Essendo P_{corr} la profondità di corrosione in mm e t_{prop} in anni. Tale quantità è uno dei possibili modi presenti in letteratura di intendere il tasso di corrosione, noto come *Corrosion Rate* (CR), il quale tecnicamente è definito come la perdita in massa di metallo per unità di superficie e di tempo:

$$CR = \frac{\text{perdita di massa}}{\text{superficie} \cdot \text{tempo}}$$
(2.3)

Tuttavia, non è raro che il *CR* venga espresso anche come una densità di corrente I_{corr} espressa μ A/cm², grazie alla legge di Faraday:

$$\frac{I \cdot t}{F} = \frac{\Delta w}{W_m / z} \tag{2.4}$$

Essendo / la corrente elettrica espressa in Ampere, t il tempo in secondi, F la costante di Faraday (pari a 96500 Coulomb) Δw la perdita di massa in grammi, W_m la massa molare dell'acciaio e z la valenza scambiata. Nel caso dell'acciaio, l'equivalenza tra un'espressione e l'altra, come riportato dal manuale (Geocisa & Torroja Institute, 2001) è data da:

$$1\frac{\mu A}{cm^2} = 11.6\frac{\mu m}{anno}$$
 (2.5)

Si riportano in Tabella 2.1 gli intervalli di riferimento del *CR* per una struttura in c.a. ed i corrispondenti livelli di corrosione tratti dallo stesso manuale.

Corrosi	Livello di		
<i>V_{corr}</i> [μm/anno]	<i>I_{corr}</i> [μA/cm ²]	corrosione	
< 1	< 0,1	Trascurabile	
1 - 6	0,1 - 0,5	Basso	
6 - 12	0,5 – 1	Medio	
> 12	> 1	Alto	

 Tabella 2.1 - Relazione tra Corrosion Rate e livelli di corrosione per l'acciaio.

2.4.1 Corrosione da carbonatazione

Durante il processo di idratazione del calcestruzzo, la reazione tra silicati calcici e acqua, oltre a formare la fase cristallina che ha il compito di fornire la resistenza meccanica alla miscela, libera in soluzione la calce sotto forma di idrossido di calcio Ca(OH)₂, rendendo, grazie anche alla presenza di altri idrossidi quali Na(OH) e K(OH), la soluzione alcalina con pH compreso tra 13 e 14. La basicità dell'ambiente determina la formazione di una sottile ma resistente patina di ossido sulle armature che rallenta significativamente la cinetica dei processi corrosivi. Quando però l'anidride carbonica (CO₂) riesce a diffondersi nei pori della pasta cementizia, può annullare tale basicità a seguito del processo di carbonatazione che consiste nella trasformazione dell'idrossido di calcio (Ca(OH)₂) in carbonato di calcio (CaCO₃), a seguito della sua reazione con l'acido carbonico formatosi a sua volta dalla reazione dell'anidride carbonica con l'acqua. Il carbonato di calcio prodotto della reazione appena descritta, è un sale insolubile responsabile dell'abbassamento del pH della pasta cementizia (sino a circa 8). La reazione di carbonatazione si può scrivere schematicamente come:

$$H_2O + CO_2 \rightarrow H_2CO_3$$

$$H_2CO_3 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 + 2H_2O$$
(2.6)

Nonostante il problema dello sviluppo della carbonatazione nel tempo sia descritto dalle equazioni differenziali che reggono i problemi diffusivi (Li et al., 2020), la letteratura scientifica del settore (Geocisa & Torroja Institute, 2001; Pedeferri, 2018) ritiene valide alcune semplificazioni che permettono l'utilizzo di una funzione semplice avente un andamento parabolico inverso (vedi Figura 2.3) con legge del tipo:

$$x_{CO2} = K\sqrt{t} \tag{2.7}$$

dove:

*x*_{CO2} è lo spessore dello strato carbonatato;

t è il tempo;

K è il *coefficiente di carbonatazione* che dipende da umidità, temperatura, rapporto a/c, concentrazione di CO₂, alcalinità.



Figura 2.3 - Profondità di carbonatazione nel tempo.

Tuttavia, è importante far notare che la carbonatazione, di per sé, non determina una riduzione di prestazioni del conglomerato cementizio, ma anzi ne può aumentare la resistenza (D. Zhang et al., 2020). Tuttavia, la variazione di pH nel calcestruzzo produce dei risvolti negativi sulle armature metalliche in quanto, come già detto, viene meno lo strato protettivo che le mantiene in ambiente basico.

2.4.2 Corrosione da cloruri

In ambienti contenenti cloruri, nel calcestruzzo possono penetrare ioni Cl⁻ fino a raggiungere le armature. Se nel conglomerato a contatto con le armature si supera un tenore critico di cloruri – indicativamente dell'ordine di 0,4-0,7% del contenuto in peso di cemento (Izquierdo et al., 2004) – il film protettivo può distruggersi localmente causando la formazione di piccoli crateri detti *pits* e dando vita alla cosiddetta corrosione da *pitting*. Tuttavia, è interessante notare che elevati contenuti di cloruri generano pits in maniera quasi omogenea sull'intero sviluppo dell'armatura, pertanto anche una corrosione da cloruri può essere uniforme (Andrade et al., 2023).

La corrosione dovuta alla presenza di cloruri che raggiungono le armature è uno degli aspetti più importanti nel campo della durabilità delle strutture. Sebbene le normative vietino l'uso di additivi contenenti cloruri, questi si trovano comunque nell'ambiente esterno e sono tipici degli ambienti marini e delle zone a climi rigidi a causa dell'utilizzo di sali disgelanti durante le stagioni più fredde.

Tuttavia, bisogna tener conto che il tenore critico varia in funzione di molti fattori quali il tipo di cemento, il rapporto acqua/cemento, la porosità del calcestruzzo, il tipo di acciaio (dolce o armonico) e la quantità di ossigeno presente nell'ambiente. Di conseguenza, l'attacco può aver luogo per un contenuto di cloruri relativamente modesto quando il calcestruzzo è esposto all'atmosfera, dove l'ossigeno può raggiungere facilmente le armature; è invece necessario un tenore molto più elevato quando il calcestruzzo è perennemente immerso in acqua o comunque l'apporto di ossigeno risulta ostacolato e quindi il potenziale delle armature è basso (Geocisa & Torroja Institute, 2001). Ciononostante, da prove sperimentali si è concluso che con calcestruzzi non carbonatati ottenuti con normali cementi portland (e quindi con pH>13), il rischio di corrosione è basso per un contenuto di cloruri inferiore a 0,4% (in massa rispetto al contenuto di cemento) ed elevato per tenori superiori a 1%. Il tenore critico tende verso valori più elevati nel caso di calcestruzzi poco permeabili e con aggiunte pozzolaniche o di scoria d'altoforno (AICAP, 2005).



Figura 2.4 – Corrosione da pitting vs. uniforme (a) [immagine tratta da (Chen et al., 2020)]; relazione tra potenziale di corrosione e contenuto di cloruri (b) [figura tratta da (Geocisa & Torroja Institute, 2001)].
Una volta raggiunto o superato il tenore critico avviene la distruzione del film di passivazione e la corrosione ha luogo in forma localizzata ma può diventare generalizzata e uniforme quando il tenore raggiunge valori elevati. La zona corrosa funziona da anodo arricchendosi di cloruri e abbassandone l'alcalinità, anche fino a pH 2 o 3, mentre le zone limitrofe rinforzano la passivazione continuando a ridurre ossigeno.

La diffusione dei cloruri nel tempo e nella profondità è descritta da una equazione differenziale nota come seconda legge di Fick (T. Zhang & Gjørv, 1996):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$
(2.8)

dove:

C è il contenuto di cloruri al tempo *t* e alla distanza *x* dalla superficie;

D è il parametro che caratterizza la velocità di diffusione dei cloruri.
 L'Eq. (2.8), con le opportune condizioni al contorno, ha per soluzione:

$$C(x,t) = C_{s} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{app}t}}\right) \right]$$
(2.9)

dove:

*C*_s è la concentrazione di cloruri superficiale;

 D_{app} è il coefficiente di diffusione apparente.

Entrambi i coefficienti si suppongono costanti nel tempo e uniformi nello spazio.

L'Eq. (2.9) ha la grande utilità di poter essere utilizzata sia nella forma in cui si trova (vedi Figura 2.5a, che descrive il contenuto dei cloruri in percentuale rispetto al peso di cemento per tre diversi coefficienti di diffusione, per tempo e condizioni al contorno superficiali fissati), che invertita per via numerica fissando un certo contenuto di cloruri critico e ricavando il tempo necessario affinché questo venga raggiunto alla profondità *x*(vedi Figura 2.5b).



Figura 2.5 - Diffusione dei cloruri per fissati C_s e t(a); tempo necessario per raggiungere il $C_{cr} = 1\%$ con fissato $C_s(b)$.

Tra le opere in calcestruzzo armato più a rischio di corrosione da cloruri vi sono le strutture marine (pontili portuali), i ponti autostradali sui quali si utilizzano sali antigelo, le strutture vicine a impianti di depurazione, industrie chimiche, termovalorizzatori, ecc. Per quanto concerne le strutture situate in prossimità delle coste, le zone più critiche sono quelle delle maree e degli spruzzi perché in tale zona le armature possono essere facilmente raggiunte sia dai cloruri che dall'ossigeno, diversamente da quanto accade nelle altre regioni della struttura. I ponti autostradali su cui si spargono sali antigelo sono particolarmente soggetti a corrosione. Le solette, i pulvini e le pile sono a rischio soprattutto laddove la presenza di giunti non sigillati e la mancanza o il non corretto posizionamento o funzionamento degli scarichi producono ristagno di soluzione ricca di cloruri. Nelle zone più critiche sono stati misurati tenori di cloruri e velocità di corrosione confrontabili con quelli della zona degli spruzzi nelle strutture marine (AICAP, 2005).

2.5 Effetti della corrosione sulle strutture

Il principale effetto della corrosione, oltre all'innesco di lesioni nel calcestruzzo di cui si discuterà tra breve, è la riduzione della sezione di armatura. Tanto più piccolo è il diametro della barra, tanto maggiore sarà la riduzione di sezione a parità di profondità di attacco. Ne consegue che la riduzione di capacità portante di una staffa, di per sé più esposta rispetto alle barre longitudinali essendo più esterne, può ridursi drasticamente anche per piccoli valori di profondità di attacco, senza contare il maggior impatto, dal punto di vista strutturale, del meccanismo di collasso per taglio rispetto a quello per flessione (Recupero et al., 2018).

Per il caso di corrosione uniforme è unanimemente adottata la valutazione del diametro residuo ϕ_t come differenza tra il diametro iniziale ϕ_o e il doppio della riduzione del raggio coincidente con la profondità di corrosione P_{corr} (Figura 2.6a). Per la corrosione da pitting esistono in letteratura svariati modelli, per semplicità si riportano qui quelli più diffusamente utilizzati: uno (Andrade et al., 2023) che considera come diametro residuo locale la differenza tra quello iniziale e la profondità dell'attacco da pitting P_{pit} (Figura 2.6b), l'altro (Val, 2007) che modifica la sezione iniziale sottraendo un'area che simula il pit, formando così una sezione di forma non più circolare bensì a semiluna (Figura 2.6c). I risultati sperimentali (Cladera et al., 2021) hanno evidenziato che, sebbene possa apparire troppo conservativo, il primo modello risulta maggiormente rispondente alla realtà.



Figura 2.6 - Riduzione di sezione per corrosione uniforme (a), localizzata secondo (Andrade et al., 2023) (b), localizzata secondo (Val, 2007) (c).

Allora, in caso di corrosione uniforme si può scrivere che:

$$\phi_t = \phi_0 - 2P_{corr} \tag{2.10}$$

Mentre nel caso di corrosione per pitting, secondo (Andrade et al., 2023):

$$\phi_t = \phi_0 - P_{pit} \tag{2.11}$$

In assenza di misure accurate di P_{pit} , la letteratura (Andrade et al., 2023; Geocisa & Torroja Institute, 2001) suggerisce che questa (intesa come riduzione di diametro) sia mediamente circa 10 volte maggiore di P_{corr} (intesa come riduzione di raggio), pertanto si può assumere, in definitiva:

$$\phi_t = \phi_0 - \alpha P_{corr}$$
, $\alpha = \begin{cases} 2 \text{ per corr. uniforme} \\ 10 \text{ per corr. da pitting} \end{cases}$ (2.12)

Gli effetti della corrosione sono riconoscibili dalla comparsa di fessure sul calcestruzzo parallele alle barre, dal distacco del copriferro e dalla presenza di prodotti di corrosione sulle barre rimaste scoperte. Questi ultimi infatti possono arrivare ad occupare un volume fino a 6 volte maggiore rispetto a quello di partenza e, andandosi ad accumulare sulla superficie delle barre di armatura, spingono sul calcestruzzo generando tensioni nella matrice, portando a diverse conseguenze:

- fessurazione del copriferro e nei casi più gravi espulsione dello stesso con conseguente esposizione delle barre agli agenti corrosivi;
- riduzione dell'aderenza tra le barre ed il calcestruzzo.

Nonostante la questione sia a tutt'oggi dibattuta nella letteratura scientifica del settore, sembra che generalmente la resistenza meccanica in termini di tensione di snervamento e di rottura rimanga inalterata, se la si considera come rapporto tra forza ed area ridotta (*true stress*) e non tra forza ed area originale (*engineering stress*). Talvolta, nel caso in cui vi sia una riduzione di duttilità dell'elemento di rinforzo, anche la true stress

subirà una riduzione apprezzabile (Andrade et al., 2023), sebbene tale effetto possa essere ascrivibile alle disomogeneità locali della barra che fanno sì che vi sia una sezione della barra più danneggiata della media, che è proprio quella dove avverrà una maggiore concentrazione degli sforzi e quindi la rottura. Proprio tale aspetto infatti gioca un ruolo molto importante in ragione della tenacità del materiale: a parità di sezione resistente, quanto minore è la tenacità, tanto maggiore sarà la diminuzione della resistenza del materiale. Senza voler addentrarsi troppo nel campo della meccanica della frattura, si può affermare che se il fattore di intensificazione delle tensioni K_I – cioè l'indice dell'intensità della tensione nell'intorno del difetto– è maggiore della tenacità a frattura K_C – cioè il valore critico che provoca la frattura – allora il difetto si propagherà e la rottura avverrà prima di quella che la sezione resistente al netto del difetto avrebbe potuto permettere.

Inoltre, i prodotti di corrosione influenzano l'aderenza tra calcestruzzo e armatura che è fondamentale per la collaborazione tra i due materiali. Secondo (FIB Bulletin 10, 2000) la tensione di aderenza in realtà inizialmente aumenta per piccoli valori di corrosione sino a quando non interviene la fessurazione, a causa della quale l'aderenza subisce una consistente riduzione, come mostrato in Figura 2.7a. Vari lavori sperimentali riportati in (Bhargava et al., 2007) hanno confermato l'andamento, riferendo il risultato, in maniera forse più opportuna, alla percentuale di perdita in massa (vedi Figura 2.7b). Da quest'ultima si evince che per valori di corrosione prossimi al 15%, la perdita di aderenza è addirittura del 75%, sintomatico del fatto che l'effetto della corrosione sulla perdita di aderenza sia tutt'altro che trascurabile, specialmente nei riguardi degli Stati Limite d'Esercizio (SLE) di una struttura (maggiori deformazioni attese in una struttura corrosa sotto i carichi di servizio).



Figura 2.7 – Andamento della tensione di aderenza adimensionalizzata in funzione della: profondità di corrosione (a) [figura tratta da (FIB, 2000)], percentuale di riduzione in massa (b) [figura tratta da (Bhargava et al., 2007)].

Con riguardo agli elementi in c.a.p. l'eventuale corrosione delle armature di precompressione potrebbe avere effetti devastanti sulla capacità portante dell'opera allo Stato Limite Ultimo (SLU) che in alcuni casi può anche collassare per solo peso proprio (Colajanni et al., 2016).

A differenza delle armature lente – la cui corrosione è facilmente visibile a causa della fessurazione e della formazione di prodotti di corrosione – le armature di precompressione, nel caso di post-tensione, sono situate all'interno di condotti in lamierino metallico o plastici che, se non adeguatamente protetti, possono permettere l'ingresso di ossigeno e occultarne gli effetti visivi. L'intasamento del condotto con boiacca cementizia, in passato realizzato mediante iniezione in pressione ed oggi tramite iniezione sottovuoto, ha anche la funzione di garantire la congruenza tra cavo e sezione in calcestruzzo.

Nel caso di elementi in precompresso realizzati con il sistema a conci coniugati la questione diventa particolarmente delicata in quanto il condotto non è unico bensì segmentato, pertanto è necessario che a cavallo dei giunti non sia raggiunto lo stato limite di decompressione.

Inoltre la tecnica di iniezione sottovuoto è stata introdotta solo recentemente, pertanto nelle strutture realizzate fino agli anni '90 il rischio che le armature di precompressione non siano adeguatamente protette è maggiore.

In conclusione, gli effetti della corrosione possono essere riassunti come illustrato nel diagramma che segue:



Figura 2.8 - Effetti della corrosione sulle strutture in c.a./c.a.p.

2.6 Calcolo dei parametri di corrosione

Tra i parametri significativi per la quantificazione del livello di corrosione vi è senz'altro la percentuale di perdita in massa attuale $\overline{\eta}$, determinata sulla scorta delle indagini viste nei precedenti paragrafi, e il tasso di corrosione CR, necessario per dare indicazioni previsionali dell'evoluzione della corrosione nel tempo.

Partendo dal caso di corrosione uniforme su tutto lo sviluppo della barra, la percentuale di perdita in massa in un generico istante di tempo η coincide con la perdita in area:

$$\eta = 1 - \frac{m_c}{m_0} = 1 - \frac{\frac{\gamma \cdot A_c \cdot l}{g}}{\frac{\gamma \cdot A_0 \cdot l}{g}} = 1 - \frac{A_c}{A_0}$$
(2.13)

Essendo m_0 e A_0 la massa e l'area iniziali del provino mentre m_c e A_c la massa e l'area del provino a corrosione avvenuta. A sua volta, il rapporto tra le aree può essere espresso in termini di rapporto tra diametri, come riportato nell'Eq. (2.14) ove si è indicato con ϕ_0 il diametro della barra iniziale e con ϕ_{ave} il diametro medio della barra corrosa. Quest'ultimo può essere facilmente desunto da un'analisi gravimetrica misurando la lunghezza / dello spezzone, essendo nota la densità dell'acciaio ρ , come riportato in Eq. (2.15).

$$\eta = 1 - \frac{A_c}{A_0} = 1 - \frac{\frac{\pi \phi_{ave}^2}{4}}{\frac{\pi \phi_0^2}{4}} = 1 - \left(\frac{\phi_{ave}}{\phi_0}\right)^2$$
(2.14)

$$\rho = \frac{m}{A \cdot l} \qquad \Rightarrow \qquad \phi_{ave} = \sqrt{\frac{m_c}{\frac{\pi}{4} \rho \, l}} \tag{2.15}$$

Sostituendo ed avendo cura di utilizzare unità di misura coerenti, si ottiene la percentuale di perdita in massa attuale ottiene la percentuale di perdita in massa attuale $\overline{\eta}$:

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{4 m_c}{\pi \rho \, l \, \phi_0^2} \tag{2.16}$$

Da tale quantità è possibile ottenere facilmente la profondità media di attacco P_{corr} . Infatti, partendo dalla (2.13) e sostituendo la (2.12) alla de-finizione di area (per α = 2), si ha:

$$\overline{\eta} = 1 - \frac{\frac{\pi \left(\phi_0 - 2P_{corr}\right)^2}{4}}{\frac{\pi \phi_0^2}{4}} = 1 - \left(\frac{\phi_0 - 2P_{corr}}{\phi_0}\right)^2$$
(2.17)

Da cui, per formula inversa:

$$P_{corr} = \frac{\phi_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \overline{\eta}} \right) \tag{2.18}$$

Sostituendo all'interno di quest'ultima la (2.16) si può ricavare immediatamente la profondità media di attacco in funzione dei dati gravimetrici:

$$P_{corr} = \frac{\phi_0}{2} - \sqrt{\frac{m_c}{\pi \rho \, l}} \tag{2.19}$$

Qualora si avessero a disposizione anche dati circa la profondità di carbonatazione al tempo \overline{t} (espresso in anni) dal momento della costruzione, si potrebbe ricavare il coefficiente *K* della (2.7) ed utilizzarlo nella stessa formula ma sostituendo lo spessore del copriferro in luogo della profondità di carbonatazione, ricavando in tal modo il tempo di innesco incognito:

$$t_{inn} = \left(\frac{c}{K}\right)^2 = \left(\frac{c}{x_{CO_2}}\right)^2 \overline{t}$$
(2.20)

Allora, richiamando la (2.2) e sostituendo si ricava la velocità di corrosione come segue:

$$V_{corr} = 10^3 \frac{P_{corr}}{\overline{t} \left[1 - \left(\frac{c}{x_{CO_2}} \right)^2 \right]}$$
(2.21)

Da cui, sostituendo la (2.19), si ottiene:

$$V_{corr} = \frac{10^3}{\overline{t} \left[1 - \left(\frac{c}{x_{CO_2}}\right)^2 \right]} \left(\frac{\phi_0}{2} - \sqrt{\frac{m}{\pi \rho l}} \right)$$
(2.22)

Che in virtù della (2.5) si può esprimere anche in termini di *I*_{corr}:

$$I_{corr} = \frac{1}{11.6} \frac{10^3}{\overline{t} \left[1 - \left(\frac{c}{x_{CO_2}}\right)^2 \right]} \left(\frac{\phi_0}{2} - \sqrt{\frac{m}{\pi \rho l}} \right)$$
(2.23)

Se si suppone che il CR rimanga costante nel tempo – cioè che la relazione tra profondità di corrosione e tempo di propagazione sia lineare – invertendo la (2.2) e richiamando la (2.1) si può scrivere una legge di avanzamento della corrosione in funzione del generico tempo *t* come segue:

$$P_{corr}(t) = 10^{-3} V_{corr}(t - t_{inn})$$
(2.24)

-

Che tenendo conto della (2.22) diventa:

$$P_{corr}(t) = \frac{1}{\overline{t} \left[1 - \left(\frac{c}{x_{CO_2}}\right)^2 \right]} \left(\frac{\phi_0}{2} - \sqrt{\frac{m}{\pi \rho l}} \right) \left[t - \overline{t} \left(\frac{c}{x_{CO_2}}\right)^2 \right]$$
(2.25)

Da cui, richiamando la (2.12) – valida anche per corrosione da pitting - si può ottenere la legge riduzione di diametro nel tempo:

$$\phi_{t}(t) = \phi_{0} - \frac{\alpha}{\overline{t} \left[1 - \left(\frac{c}{x_{CO_{2}}}\right)^{2} \right]} \left(\frac{\phi_{0}}{2} - \sqrt{\frac{m}{\pi \rho l}} \right) \left[t - \overline{t} \left(\frac{c}{x_{CO_{2}}}\right)^{2} \right]$$
(2.26)

Applicando infine la (2.14), è possibile ottenere la legge di riduzione di sezione (che coincide con la percentuale di perdita in massa):

$$\eta(t) = 1 - \left(\frac{\phi_t(t)}{\phi_0}\right)^2 \tag{2.27}$$

~ ¬

Quest'ultima formula risulta molto utile in quanto fornisce una stima predittiva dello sviluppo futuro della corrosione a partire soltanto da test di carbonatazione, rilevazione del copriferro e prelievo di uno spezzone di armatura.

A titolo di esempio si diagramma in Figura 2.9 in un grafico a doppio asse, per vari valori di CR, la riduzione di sezione di una barra di armatura e la profondità di attacco (normalizzata per il diametro iniziale) in funzione del tempo, supponendo un tempo di innesco pari a 20 anni.



Figura 2.9 – Riduzione percentuale di sezione e profondità di attacco percentuale per vari valori di CR con un tempo di innesco di 20 anni.

Tuttavia è chiaro che il procedimento illustrato acquista maggior affidabilità all'aumentare dei campioni a disposizione. Infatti, se lo spessore del copriferro può ritenersi grosso modo costante, altrettanto non può dirsi per la profondità di carbonatazione – che può variare sensibilmente da una faccia all'altra dello stesso elemento o tra travi diverse dello stesso impalcato – né per la percentuale di perdita in massa che necessariamente varierà spezzone per spezzone.

Allora, stante l'interazione di x_{CO2} e di η nella valutazione del CR, uno studio statistico dei dati è fondamentale per dare consistenza a tale approccio.

2.7 Diagnosi dei degradi

Una corretta gestione delle opere in calcestruzzo armato e precompresso non può prescindere da un'attenta programmazione di controlli che consentano di diagnosticare le eventuali forme di degrado in atto, le loro cause, l'estensione del danno subito dalla struttura e la sua evoluzione futura, al fine di permettere una valutazione dei margini residui di sicurezza. A partire dallo studio dei dati di progetto a disposizione (ubicazione, tipo di calcestruzzo, spessore del copriferro, schemi strutturali, tecniche costruttive), dalla storia della struttura (eventi accidentali, interventi già eseguiti, manifestazioni esteriori di degrado rilevate nel tempo) e, ovviamente, da un esame obiettivo consistente in una prima ispezione in situ, è possibile formulare le prime ipotesi sui tipi di degradi in atto, con le relative possibili cause.

Una prima diagnosi può essere quella del rilievo sistematico dello stato fessurativo (in densità, estensione e ampiezza), del distacco del copriferro e della corrosione delle armature sottostanti. Chiaramente poi bisogna avvalersi di strumenti specifici, più o meno invasivi, per diagnosticare con maggior precisione la gravità dello stato di degrado dei materiali.

2.7.1 Rilevazione delle armature lente e di precompressione

Uno strumento indispensabile per la rilevazione della posizione delle barre d'armatura e dello spessore del copriferro è il *pacometro*. Questo, creando dei campi magnetici a bassa frequenza, rileva la presenza di materiali ferrosi, anche di piccoli diametri, e ne distingue con buona accuratezza la posizione e la grandezza della sezione, a condizione che non si trovino a profondità superiori ai 7-8 cm. In questo modo si può ottenere una mappatura delle armature lente e di precompressione pretese non troppo distanti, senza danneggiare la superficie del calcestruzzo.

Nel caso di armature poste a profondità maggiori (tipicamente i cavi di precompressione post-tesi), lo strumento da utilizzare è il *georadar*. Il principio di funzionamento è totalmente diverso rispetto a quello del pacometro ma la finalità è la medesima, con lo svantaggio che non è possibile avere informazioni sul diametro del cavo ma solo sulla sua posizione, oltre a non poter rilevare accuratamente le armature lente perché di diametro più piccolo. Il georadar, mediante la propagazione di un'onda elettromagnetica, riesce a rilevare le armature grazie alla differenza di permettività dielettrica dei due materiali (acciaio e calcestruzzo) che determina una superficie di discontinuità per l'onda stessa e dunque una sua rifrazione, percepita dallo strumento.

L'elaborazione dei segnali riflessi relativi alle diverse posizioni di avanzamento dell'antenna consente di ottenere un'immagine della sezione perpendicolare alla direzione di scorrimento dell'antenna, cioè il radargramma.

Un'ulteriore tecnica di indagine tipica delle strutture precompresse post-tese, ma certamente più complesso, è l'*impact-echo.* Il metodo si basa sull'analisi di onde elastiche generate dall'impatto di una sferetta di acciaio o di un martello sulla superficie della struttura. Tali onde si propagano all'interno del materiale e sono riflesse da eventuali discontinuità del mezzo. Le riflessioni multiple delle onde acustiche nella struttura sono registrate da un trasduttore posto in prossimità del punto di impatto. Il segnale ottenuto nel dominio del tempo viene mutato, mediante la trasformata di Fourier, nel dominio della frequenza, ottenendone lo spettro, cioè un diagramma delle ampiezze in funzione delle frequenze. Le frequenze dominanti, che appaiono come picchi nello spettro, sono legate a dimensione e posizione delle discontinuità incontrate.

La grande utilità di tale indagine è quella di poter localizzare le guaine dei cavi di precompressione e soprattutto la presenza di vuoti di malta al loro interno, senza alcun bisogno di praticare fori di sondaggio, anche se la sua applicabilità dipende dalla geometria della struttura e dalla disposizione delle guaine stesse (Gabrielli et al., 2009). Inoltre, l'attendibilità di tutte queste indagini non distruttive dipende fortemente dal livello di competenza dell' operatore nell'esecuzione e nell'interpretazione dei risultati.

2.7.2 Profondità di carbonatazione e contenuto di cloruri

La prova alla fenolftaleina (UNI EN 14630:2007) è una prova in situ che permette la valutazione della profondità di carbonatazione, previa estrazione di una carota di calcestruzzo. La prova consiste nello spruzzo di un velo di soluzione alcolica di fenolftaleina (caratterizzata da un range di reazione compreso tra pH 8,3 e pH 10,0) sulla superficie del campione e nel rilievo della differenza di colorazione: mentre il calcestruzzo carbonatato non muta il suo colore, quello non carbonatato assume il classico colore rosa della fenolftaleina in ambiente alcalino. Confrontando la profondità di penetrazione della carbonatazione con lo spessore dello strato di copriferro, è possibile capire se la carbonatazione abbia raggiunto o meno le armature.



Figura 2.10 - Misura della profondità di carbonatazione mediante prova alla fenolftaleina.

Nel caso di strutture a contatto con cloruri, è necessario effettuare delle analisi chimiche in laboratorio su campioni rappresentativi di diverse profondità. Ad esempio l'analisi per la determinazione dei cloruri totali (UNI EN 14629:2007) si può effettuare sciogliendo il calcestruzzo in acido nitrico e misurando il contenuto di cloruri nella soluzione ottenuta, riportandolo in percentuale rispetto alla quantità di calcestruzzo disciolta. Ripetendo l'analisi per campioni di calcestruzzo posti a varie profondità, è possibile diagrammare la quantità di cloruri nel calcestruzzo in funzione della profondità, la quale è ricavata sulla percentuale in peso di calcestruzzo (non è possibile scorporare il legante dal resto) ma è solitamente riferita in letteratura come percentuale sul peso di cemento. L'equivalenza approssimativa tra l'uno e l'altro, se non è noto il dosaggio di cemento, si ottiene dalla semplice considerazione che tipicamente la quantità di cemento impiegata nell'impasto è pari a 300-350 kg/m³, che se confrontata con la densità del calcestruzzo finale, che è pari a circa 2200-2400 kg/m³, fornisce un rapporto di circa 1:7.



Figura 2.11 - Esempio di profilo dei cloruri rilevato su un'opera di 28 anni in zona marina.

In realtà esiste anche una prova in situ per rilevare la presenza dei cloruri ma è meno precisa ed è più utile per escludere la presenza di cloruri piuttosto che per valutarne il contenuto alle diverse profondità. Si tratta di una prova molto simile a quella vista per la carbonatazione e consiste nello spruzzo di una soluzione a base di argento nitrato, seguita da una di fluoresceina. La colorazione assunta dal campione consente di individuare, con una certa approssimazione, le zone in cui sono presenti i cloruri, senza però la possibilità di una stima delle percentuali di concentrazione.

2.7.3 Mappatura del potenziale di corrosione

Per quanto riguarda le armature invece esistono diverse tecniche elettrochimiche che consentono di stabilire se queste sono ancora passive o se invece sono in condizioni di possibile attacco, fornendo eventualmente una stima della probabilità di corrosione. Una delle prove elettrochimiche più diffuse è la mappatura del potenziale (Pedeferri, 2018; UNI 10174:2020). La misura si effettua rilevando il potenziale delle armature rispetto a un elettrodo di riferimento posto a contatto della superficie del calcestruzzo, tramite una spugna imbevuta d'acqua (Figura 2.12).



Figura 2.12 - Mappatura del potenziale [figura tratta da (AICAP, 2005)].

Il potenziale delle armature dipende dalle condizioni di corrosione, ma l'interpretazione delle misure deve essere effettuata con cautela, in quanto ad uno stesso valore di potenziale possono corrispondere condizioni di corrosione diverse, in funzione del contenuto di umidità e di cloruri nel calcestruzzo, pertanto è considerarsi una prova più qualitativa che quantitativa.



Figura 2.13 - Tipici intervalli di variazione del potenziale delle armature, in funzione di carbonatazione, umidità e cloruri [figura tratta da (AICAP, 2005)].

Gli intervalli di potenziale riportati in Figura 2.13 si riferiscono ad armature in acciaio in condizioni di libera corrosione, cioè in assenza di fattori esterni in grado di modificare il loro potenziale, quali possono essere gli inibitori di corrosione, la zincatura o l'esposizione a campi elettrici che provocano flussi di corrente non indotti da reazioni elettrochimiche spontanee.

Nei punti in cui la mappatura evidenzia alte probabilità di corrosione, è possibile effettuare delle misure di resistenza di polarizzazione lineare (Andrade & Alonso, 2004) che consentono di stimare la velocità di corrosione. Imponendo infatti ad un'armatura la circolazione di una debole corrente esterna, il suo potenziale subisce una variazione, il cui rapporto con l'intensità della corrente imposta è inversamente proporzionale alla velocità di corrosione.

2.7.4 Misura di resistività elettrica del calcestruzzo

Dalla seconda legge di Ohm, la resistenza elettrica di un mezzo è direttamente proporzionale ad una costante del materiale nota come *resistività*, che nel caso del calcestruzzo dipende dalla porosità e dal grado di saturazione.

La misura della resistività però non rivela se le armature sono ancora in condizione di passività o meno (Polder, 2001). Questa informazione deve essere ottenuta in altro modo, ad esempio da una misura della profondità di carbonatazione. Tuttavia può rivelarsi un tassello molto utile per avere informazioni sul rischio di una corrosione precoce, in quanto a valori di resistività bassi corrispondono probabilità di corrosione alte. Inoltre, ripetendo l'indagine in vari punti della struttura è possibile costruire una mappa ed individuare le zone soggette a maggior rischio.

La resistività può essere misurata in situ tramite la *tecnica di Wenner* o con il *metodo del disco* (Andrade, 2018). Entrambi si basano essenzialmente sull'applicazione delle due leggi di Ohm: si impone il passaggio di una tensione nota ad uno o più elettrodi posti a contatto con la superficie esterna del calcestruzzo, si legge la corrispondente corrente (o viceversa), si calcola la resistenza come rapporto tra le due e la si moltiplica per una lunghezza detta *costante di cella* ottenuta tramite calibrazione dello strumento (Polder, 2001). La differenza tra i due metodi sta solo nel tipo di contatto tra gli elettrodi ed il calcestruzzo: nella tecnica di Wenner il contatto è su 4 punti, nel metodo del disco il contatto avviene su una superficie circolare.

Andrade ha proposto una formulazione semplice, valida nel caso in cui l'acciaio non sia depassivato, per la valutazione del CR in termini di corrente (Andrade, 2018):

$$I_{corr}\left[\frac{\mu A}{cm^2}\right] = \frac{26}{\rho[k\Omega \cdot cm]}$$
(2.28)

Per una valutazione qualitativa, si riporta in Tabella 2.2 un confronto tra i range dei valori di resistività ed il rischio di corrosione associato tratto da (Geocisa & Torroja Institute, 2001).

Tabella 2.2 - Correlazione tra resistività e rischio di corrosione.

ρ [kΩ cm]	Rischio di corrosione		
> 100-200	Trascurabile		
50 - 100	Basso		
10 - 50	Medio		
< 10	Alto		

2.7.5 Endoscopia

Quando invece si ha a che fare con strutture precompresse post-tese, uno strumento che può efficacemente fornire qualche indicazione circa lo stato dei trefoli è l'endoscopio.

Per prima cosa ci si avvale del risultato del georadar per determinare sia la posizione del cavo, che eventuali parti in cui si avverte una densità minore, da cui si parte per eseguire l'indagine. La prova consiste nell'aprire nel calcestruzzo una finestra quadrata di 20 cm circa di lato e per una profondità tale da raggiungere il lamierino metallico che protegge il cavo. Per dare all'endoscopio accesso al cavo si può eseguire un piccolo foro al fine di arrecare il minor disturbo possibile.

A questo punto, se la tecnica di precompressione è aderente dovrebbe esserci, se l'intasamento è stato fatto bene, la boiacca di cemento; viceversa le armature saranno scoperte e possibilmente anche corrose. In questo caso si inserisce l'endoscopio nel condotto e lo si fa viaggiare longitudinalmente al cavo per rilevarne lo stato di corrosione e l'eventuale presenza della boiacca in punti successivi. Se invece la tecnica è non aderente, se l'intasamento è stato eseguito correttamente si troverà il grasso in luogo della boiacca, viceversa sarà a macchia di leopardo. Il grasso però rende impossibile la visione alla microcamera posta nell'endoscopio, pertanto ciò che si può fare è prelevarne un campione ed analizzarlo in laboratorio per valutare l'eventuale presenza di idrogeno, acidi, cloruri o funghi.

In tutti i casi, bisogna ripristinare la protezione dei trefoli, applicando boiacca o grasso a seconda della tecnica di precompressione. Per richiudere il lamierino, poiché non è saldabile, si fa uso di opportune resine epossidiche, mentre per richiudere la finestra di calcestruzzo si utilizza una malta tixotropica.

2.7.6 Rilascio tensionale

Un'ultima tecnica di indagine per stimare lo stato di precompressione su una trave in c.a.p. è quella che fa uso degli *strain gauges* (misuratori di deformazione) durante un'operazione di carotaggio, di taglio diretto di un trefolo o di estrazione di una piramide di calcestruzzo (cosiddetto *diamante*). Infatti, strumentando il campione che verrà estratto o la superficie del calcestruzzo circostante, è possibile misurare rispettivamente il rilassamento del calcestruzzo estratto o il detensionamento del calcestruzzo circostante per effetto della creazione del vuoto. Applicando tre misuratori di deformazione in tre diverse direzioni, individuate dagli angoli θ_{a} , θ_{b} , θ_{c} rispetto ad una direzione di riferimento, si possono misurare le deformazioni ε_{a} , ε_{b} , ε_{c} . La teoria elastica (Romano & Mazzotti, 2022) permette di ricavare l'espressione delle deformazioni principali e dell'angolo di inclinazione θ della direzione principale di trazione rispetto all'orizzontale (positivo se antiorario), note che siano quelle lungo tre direzioni generiche, nell'ipotesi di stato piano di deformazione. Nel caso di estensimetri a, b, c posti con angoli rispetto all'orizzontale pari a 0°, 45°, 90°, le espressioni delle deformazioni principali e dell'angolo θ saranno:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\varepsilon_a - \varepsilon_c\right)^2 + \left(2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c\right)^2}$$
(2.29)

$$\tan 2\theta = \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}$$
(2.30)

Tenendo conto che su una superficie libera si ha uno stato di tensione piano, ovvero $\sigma_3 = 0$, si possono ricavare le tensioni principali dalla legge di Hooke generalizzata:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - v^2} \left(\varepsilon_1 + v \varepsilon_2 \right) \tag{2.31}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\nu \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right) \tag{2.32}$$

Avendo l'accortezza di posizionare gli strain gauges all'incirca sulla fibra baricentrica, è possibile confrontare la tensione principale di compressione con quella teorica proveniente dalla formula di Navier ove comparirà solo il contributo dello sforzo normale del cavo risultante. Se la tensione letta sperimentalmente è maggiore o uguale di quella teorica a cadute scontate, si può trarre l'importantissima informazione che il cavo risultante lavora ad uno sforzo normale corretto e che dunque verosimilmente non è soggetto ad una corrosione tale che sia percepibile una sensibile diminuzione di area e di sforzo complessivo.

2.8 Caratterizzazione meccanica dei materiali in opera

Nel seguito verrà data una descrizione delle tecniche di indagine attualmente utilizzate per caratterizzare la resistenza dei materiali in opera. Poichè i risultati ottenuti da tali indagini saranno trattati statisticamente ed utilizzati con analisi probabilistche, nel seguito non si adotteranno le procedure suggerite dalle Linee Guida per la valutazione delle resistenze di progetto.

Un approccio normativo quale quello riportato nelle NTC 2018 presuppone l'utilizzo di un approccio di verifica di tipo semi-probabilistico (livello 1). Volendo adottare invece un approccio probabilistico completo (livello 3), i valori di resistenza verranno trattati statisticamente ed utilizzati con le loro curve di densità di probabilità.

Nel seguito si darà una rapida carrellata delle comuni tecniche di indagine, molte delle quali verranno richiamate successivamente in quanto oggetto della campagna sperimentale condotta sul caso studio descritto al Cap. 5 della presente tesi.

2.8.1 Indagini sul calcestruzzo

2.8.1.1 Carotaggi

È senz'altro il più classico dei metodi di indagine del calcestruzzo e consiste nel prelevare, mediante carotatrice elettrica a corona diamantata, un cilindro di calcestruzzo in situ (che in gergo tecnico prende il nome di *carota*) avente diametro *D* solitamente pari a circa 100 mm ed altezza *h* uguale o doppia a seconda della maggiore o minore invasività che si può dare all'elemento strutturale, il quale viene immediatamente ripristinato con betoncino tixotropico ad alta resistenza. La carota ottenuta viene trasportata in un laboratorio certificato e, dopo essere stata rettificata o cappata, viene sottoposta a test di compressione monoassiale (UNI EN 12504-1:2021). La resistenza letta dalla macchina, moltiplicata per alcuni fattori quali il disturbo indotto dalla carotatrice F_d (Circolare Applicativa Delle NTC, 2019) e il rapporto tra il diametro dell'inerte e quello della carota $C_{d/D}$ (Masi, 2005), fornisce la resistenza (cubica o cilindrica a seconda del rapporto h/D) in situ della singola carota.

$$F_{d} = \begin{cases} 1,1 & \text{se } R_{c} < 20 \\ 1,09 & \text{se } 20 \le R_{c} < 25 \\ 1,08 & \text{se } 25 \le R_{c} < 30 \\ 1,06 & \text{se } 30 \le R_{c} < 35 \\ 1,04 & \text{se } 35 \le R_{c} < 40 \end{cases}$$
(2.33)
$$C_{d/D} = \begin{cases} 1,12-0,0012D & \text{se } 50 \le D \le 100 \text{ [mm]} \\ 1,04-0,0004D & \text{se } D > 100 \text{ [mm]} \end{cases}$$
(2.34)

Le carote possono essere utilizzate anche, purché aventi rapporto h/D pari a 2:1, per l'esecuzione della prova per la determinazione del modulo elastico del calcestruzzo. La carota, dopo essere strumentata con 3 estensimetri disposti a 120° lungo la circonferenza esterna e dopo aver applicato un piccolo precarico per azzerare i cedimenti anelastici iniziali da contatto, viene sottoposta a test di compressione con dei cicli di carico e scarico (tipicamente 3 e 3) a tensioni comprese tra 1/8 e 1/3 di quella media di rottura. Il modulo *E* è calcolato come media tra i rapporti tra gli incrementi/decrementi di tensione e quelli di deformazione, sia in fase di carico che di scarico (UNI EN 12390-13:2021).

2.8.1.2 SonReb

È una prova non distruttiva che combina due tipologie complementari di indagine, cioè la prova ultrasonica (da cui l'abbreviazione anglofona *Son* che sta per "sonic", ovvero ultrasonico) e la prova sclerometrica (da cui *Reb* che sta per "rebound", ovvero rimbalzo). La prima consiste nella misura della velocità v(espressa in m/s) con cui un segnale ultrasonico lanciato da un trasmettitore arriva ad un ricevitore posto a distanza nota (UNI EN 12504-2:2021); l'altra consiste nella misura di un indice di durezza del materiale (chiamato indice sclerometrico I_R) che è in qualche modo rappresentativo della resistenza cubica a compressione del calcestruzzo R_c . La combinazione dei risultati delle due prove, nonostante sia stata studiata parecchio nella letteratura scientifica a riguardo, allo stato attuale non è di univoca espressione. Le più accreditate sono quelle proposte da (Di Leo & Pascale, 1994; Manfredi et al., 2008; RILEM, 1993) riportate nelle successive tre equazioni:

$$R_c = 9,27 \cdot 10^{-11} \cdot I_R^{1,4} \cdot v^{2,6}$$
(2.35)

$$R_c = 8,06 \cdot 10^{-8} \cdot I_R^{1,246} \cdot v^{1,85}$$
(2.36)

$$R_c = 1, 2 \cdot 10^{-9} \cdot I_R^{1.058} \cdot v^{2,446}$$
(2.37)

2.8.1.3 Pull Out

È una prova semi-distruttiva che consiste nell'estrarre tramite un martinetto idraulico un tassello metallico di lunghezza pari a 25 mm appositamente inserito nel calcestruzzo. Grazie all'anello di contrasto di diametro pari a 55 mm interposto tra il martinetto e la faccia dell'elemento strutturale, la forza di estrazione applicata al tassello genera un campo di tensioni di compressione spaziale. La pressione *p* letta nel martinetto può essere correlata alla resistenza cubica del calcestruzzo R_c tramite una formulazione empirica, i cui coefficienti *a*, *b*, *c* dipendono dalla taratura di ciascuno strumento (UNI EN 12504-3:2005).

$$R_c = a p^2 + b p + c (2.38)$$

2.8.2 Indagini sull'acciaio

2.8.2.1 Prelievi di spezzoni

La più classica delle prove per la caratterizzazione meccanica dell'acciaio è quella che prevede il prelievo in situ di uno o più spezzoni di armatura di lunghezza pari a circa 40-50 cm e il successivo test a trazione diretta mediante una macchina universale opportunamente strumentata (UNI EN ISO 15630-1:2019). Il risultato della prova fornisce non solo la resistenza allo snervamento e ultima, ma anche l'intera curva forza-spostamento, consentendo così di avere informazioni precise sulla duttilità del materiale, caratteristica fondamentale per le costruzioni in zona sismica.

Gli spezzoni prelevati devono essere sostituiti con altri aventi resistenza maggiore o uguale a quelli prelevati e devono essere assicurati mediante saldatura in sovrapposizione per garantire la continuità delle barre.

2.8.2.2 Prove di durezza

Le prove di durezza consistono nel misurare la dimensione (metodi Brinell, Vickers e Knopp) o la profondità (metodo Rockwell) dell'impronta prodotta da un corpo penetratore, di elevata durezza e di forma definita, contro il materiale da provare con una forza e per un tempo determinati. Più grande è l'impronta, più morbido è il materiale testato e di conseguenza minore è la sua resistenza. A ciascun valore dell'impronta è associato un indice di durezza tramite una formulazione dipendente dal metodo utilizzato, sintetizzata in (Basile et al., 2019) e riportata in Tabella 2.3.

Tuttavia, i metodi di cui sopra – ancorché affidabili e consolidati nel tempo – prevedono che il materiale venga prelevato e sottoposto a prova in laboratorio, rendendo di fatto invasiva la prova. Per questo motivo recentemente è stato messo a punto il metodo Leeb che consiste nel far battere una massa nota direttamente sulla superficie esterna della barra annegata nel calcestruzzo e nel misurare la velocità di rimbalzo rapportandola a quella di impatto, definendo in tal modo l'indice di durezza.

In qualunque caso, l'indice di durezza – pur essendo una misura superficiale – è trasformabile in resistenza allo snervamento mediante le tabelle riportate nella (UNI EN ISO 18265:2014), sebbene nel caso di armature di tipo TempCore questa valutazione porterebbe ad una falsa stima della resistenza.

	Forma del penetratore				
Test	Vista laterale	Vista dall'alto	Carico	Penetratore	Formula per il calcolo della durezza
Brinell			Ρ	Sfera da 10mm di acciaio o carburo di tungstenò	$BHN = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$
Vickers	136°		Ρ	Piramide di diamante	$VHN = \frac{1.72P}{\sigma_1^2}$
Microdurezza Knoop	<i>l.b</i> = 7.11 <i>b.t</i> = 4.00		Ρ	Piramide di diamante	$KHN = \frac{14.2P}{l^2}$
Rockwell A C D	120°	\bigcirc	60 kg 150 kg 100 kg	Cono di diamante	$\left. \begin{array}{l} R_A = \\ R_C = \\ R_D = \end{array} \right\} \hspace{1.5cm} 100 - 500r$
B F G		t	100 kg 60 kg 150 kg	Sfera di acciaio di diametro $\frac{1}{16}$ in	$ \left. \begin{array}{l} R_{B} = \\ R_{F} = \\ R_{G} = \end{array} \right\} \qquad 130 - 500t $
E		\bigcirc	100 kg	Sfera di acciaio di diametro $\frac{1}{8}$ in	$R_E = $

Tabella 2.3 - Caratteristiche dei penetratori, carichi di prova e formule per la determinazione della durezza [tratta da (Basile et al., 2019)].

3 METODI DI ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI DEGLI IMPALCATI A GRATICCIO

3.1 Generalità

Come già ampiamente discusso al Cap. 1, la gran parte dei ponti costruiti tra gli anni '70 e '90 venne realizzata trasversalmente con uno schema a graticcio di travi e traversi e longitudinalmente con uno in semplice appoggio o Gerber. Quest'ultimo, con particolare riferimento ai cavalcavia, è stato senza dubbio il più utilizzato in quanto permette una luce libera tra le pile – ove normalmente circola il traffico autostradale – del 40% maggiore rispetto ad un impalcato semplicemente appoggiato. Nel dettaglio, lo schema Gerber è normalmente costituito da tre segmenti isostatici uniti da due cerniere interne dette "selle Gerber". Esistono due varianti di tale schema strutturale (Fernández Troyano, 2003), il primo avente il segmento centrale che appoggia sulle mensole dei due laterali (trave tampone interna o *Niagara-type*), l'altro avente i due segmenti laterali appoggiati sulle mensole di quello centrale (trave tampone esterna o *Ken-tucky-type*), come mostrato in Figura 3.1.



Figura 3.1 - Schema Gerber con trave tampone interna (a), con trave tampone esterna (b).

Con queste premesse il calcolo delle sollecitazioni di ciascuna trave in condizioni di carico simmetriche rispetto all'impalcato - come per il caso dei carichi permanenti - non riveste particolari difficoltà in quanto la ripartizione è uniforme, sempre che le travi presentino medesima rigidezza.

Quando l'impalcato non presenta condizioni di simmetria trasversale nei confronti dei carichi e/o della rigidezza delle travi, una ripartizione uniforme tra le travi costituenti l'impalcato perde di rigore in quanto travi di bordo e travi centrali presentano sollecitazioni differenti in funzione della rigidezza flessionale dei traversi e torsionale delle travi.

Inoltre, la presenza di un carico viaggiante complica ulteriormente il problema per almeno due ragioni:

- la posizione del carico sull'impalcato sia trasversalmente che longitudinalmente è incognita;
- i veicoli non sono dei carichi statici producono degli effetti dinamici sull'impalcato.

Per quanto riguarda la prima problematica, la soluzione è strettamente legata alla geometria della struttura attraverso degli artifici matematici che si illustreranno nel seguito.

Per ciò che concerne la seconda, in passato, veniva affrontata con l'impiego di coefficienti amplificativi che, incrementando i carichi, cercavano di fornire i medesimi risultati scaturenti dal passaggio in movimento dei veicoli. Oggi, le azioni da traffico sono stimate con un'adeguata accuratezza ricorrendo a speciali bilance di pesa, pertanto l'incremento di azione per effetto dinamico è direttamente contenuto nel singolo modello di carico.

3.2 Linee di influenza

La particolarità degli impalcati da ponte risiede nella posizione dei carichi variabili da traffico che durante la vita della struttura possono trovarsi in diverse zone della superficie di estradosso. Si può dimostrare che, se i carichi occupano determinate posizioni della superficie dell'impalcato, le sollecitazioni su parti e porzioni della struttura possono giungere al massimo valore.

In generale, è possibile condurre diverse tipologie di analisi, sia in campo lineare che non lineare di comportamento dei materiali. È in genere prassi, consentita peraltro dai codici normativi, condurre l'analisi in campo lineare. Questo accorgimento, chiaramente, semplifica di molto lo sviluppo dell'analisi e mette a disposizione dell'ingegnere diverse strategie semplificative.

L'ingegnere inoltre ha oggi a disposizione una varietà di strumenti che gli permettono di condurre le proprie elaborazioni impiegando diverse tipologie di modellazione dalla più sofisticata alla più semplificata. Oggi, infatti, è comune l'utilizzo di quelle tecniche di risoluzione strutturale che impiegano il Metodo degli Elementi Finiti (FEM) e quindi modellazioni raffinate che ricorrono ad elementi solidi (brick), piani (shell) o monodimensionali (beam).

Sebbene quindi gli strumenti oggi a disposizione siano molto elaborati e permettano analisi di geometrie complesse, non altrettanto si può affermare delle procedure di verifica strutturale.

La letteratura è infatti ricca di proposte ormai più o meno consolidate per la verifica degli elementi lineari che vengono condotte sulle singole caratteristiche di sollecitazione; meno consolidate sono quelle che si conducono su elementi strutturali in c.a. bidimensionali ed ancor meno quelle che riguardano gli elementi solidi. Oggi la verifica della trave segue procedure consolidate in anni di riscontri sperimentali ma non può dirsi altrettanto di elementi piani e solidi.

Per tutti questi motivi e per la circostanza non trascurabile che il consumo del tempo di calcolo cresce esponenzialmente con la complessità del modello meccanico, nel seguito si è scelto di impiegare modelli strutturali che derivano dall'assemblaggio di elementi trave. L'impalcato verrà suddiviso in travi longitudinali e travi trasversali (o traversi) e la soletta verrà attribuita a questi elementi in modo da garantire un'equivalenza in termini statici. Questa premessa è funzionale a quello che verrà detto nel seguito.

Tornando quindi ai veicoli disposti sull'impalcato, questi devono essere posizionati, trasversalmente e longitudinalmente, in maniera tale da massimizzare una data caratteristica statica o cinematica nelle sezioni di maggior interesse. Ad esempio, un ponte a graticcio dovrà essere caricato al fine di massimizzare momento flettente e taglio di una specifica trave (sia longitudinale che trasversale) e ciò può avvenire soltanto caricando trasversalmente soltanto una parte dell'impalcato. D'altra parte, anche dal punto di vista longitudinale è necessario posizionare i carichi in modo opportuno.

La teoria dell'elasticità fornisce lo strumento giusto che guida l'analista nella scelta della zona precisa ove disporre il carico. Questo è possibile grazie a quella che viene definita la teoria delle linee di influenza (ldi).

Data una generica grandezza statica o cinematica *G*, la sua ldi è una funzione del carico *F*, dell'ascissa di indagine z_s e della posizione del carico *z*. Nell'ambito dell'elasticità lineare e del campo dei piccoli spostamenti, *G* sarà proporzionale ad *F*, pertanto è lecito per questioni di semplicità riferire la ldi al caso *F* = 1. Mantenendo fisso *z* e facendo variare z_s si ottengono i classici diagrammi di stato (caratteristiche di sollecitazione, abbassamenti, rotazioni, ecc.). Mantenendo fisso z_s e facendo variare *z* si ottiene proprio la ldi di *G* che corrisponde al valore che tale grandezza assume in *z_s* quando un carico unitario è posto in *z*. Facendo variare entrambe le posizioni si ottiene la funzione di influenza.

Un'altra proprietà importante che hanno le linee di influenza è che il carico F(situato in z) moltiplicato per l'ordinata della linea di influenza η nella sezione z fornisce la grandezza G. Poiché in elasticità lineare vale sempre il principio di sovrapposizione degli effetti si può scrivere:

$$G = \sum_{i=1}^{n} F_i \eta_i \tag{3.1}$$

Il ragionamento può essere esteso anche al carico distribuito con generica legge q(z) avente per estremi le ascisse z_1 e z_2 . In questo caso infatti si avrà:

$$G = \int_{z_1}^{z_2} q(z) \,\eta(z) \,dz \tag{3.2}$$

3.3 Metodi di ripartizione trasversale

Oggigiorno, grazie ai potenti strumenti di calcolo avanzati esistenti in commercio, il calcolo delle sollecitazioni di un impalcato da ponte, come è stato già detto in precedenza, è piuttosto agevole, sebbene richieda un certo impiego di tempo e la conoscenza approfondita dei concetti di modellazione strutturale. Nel passato invece, quando i calcoli venivano eseguiti manualmente, i migliori studiosi del settore elaborarono dei metodi di calcolo approssimati che, grazie ad alcune ipotesi semplificative, riuscivano ad unire semplicità di calcolo e accuratezza dei risultati.

Nonostante ad oggi l'analisi venga quasi sempre eseguita attraverso codici di calcolo basati sul FEM, i metodi storici risultano ancora particolarmente utili in fase di predimensionamento, perché forniscono un ordine di grandezza sufficientemente accurato delle sollecitazioni in gioco. Per di più, qualora si volessero eseguire un numero elevato di analisi, come la presente tesi si propone di fare, l'utilizzo di tali metodi analitici è praticamente obbligato.

A seconda delle caratteristiche del graticcio che si vuole analizzare, esistono vari metodi di calcolo che meglio si adattano. La maggior parte applicano una trasformazione del problema da piano (grigliato di travi e traversi) a monodimensionale (una singola trave). Taluni pongono delle ipotesi semplificative, più o meno accettabili, altri invece, per essere più generali possibile, assimilano l'impalcato ad una piastra ortotropa equivalente. Nello specifico i metodi che verranno richiamati in seguito sono:

- Metodo di Courbon-Albenga;
- Metodo di Courbon-Engesser;
- Metodo di Vlasov;
- Metodo di Massonnet.

Per ulteriori approfondimenti si rimanda ai testi (Augenti, 1992; Calgaro & Virlogeux, 1993; C. Messina, 1986; Petrangeli, 1996); quest'ultimo presenta anche un confronto tra i vari metodi (pagg. 170-178).

3.3.1 Metodo di Courbon-Albenga

Quello di Courbon-Albenga è senza dubbio il più semplice tra i metodi di ripartizione trasversale dei carichi. Si basa sull'ipotesi che il graticcio sia costituito, idealmente, da infiniti traversi infinitamente rigidi flessionalmente. Chiaramente, come sempre avviene nell'ingegneria strutturale, il concetto di rigidezza infinita va inteso non in senso assoluto bensì relativo, in questo caso rispetto alle travi. Un'ulteriore ipotesi base è quella che tanto le travi quanto i traversi abbiano rigidezza torsionale nulla o trascurabile. Alla luce di ciò, tale metodo è particolarmente indicato nel caso di graticci di travi e traversi aventi sezioni aperte, con un numero sufficiente di traversi (almeno 3 in campata) e con interasse tra le travi sufficientemente piccolo rispetto alla luce. Questo poiché il traverso è schematizzabile come una trave continua su appoggi cedevoli (le travi), la cui soluzione è legata al parametro di Homberg *Z*(Homberg & Trenks, 1962), il quale dipende non solo dal rapporto tra i momenti di inerzia ma anche dal cubo dei rapporti delle luci, come mostrato nell'Eq. (3.3).

$$Z = c \left(\frac{l}{b_1}\right)^3 \frac{J_t}{J_l}$$
(3.3)

Essendo J_t e J_l rispettivamente il momento di inerzia flessionale dei traversi e delle travi, l la luce delle travi, b_1 il loro interasse e c una costante che dipende dalla posizione del traverso e dallo schema di vincolo. Ad esempio, per trave appoggiata con traverso posto in mezzeria c = 1/48.

Il metodo di Courbon-Albenga adotta la tecnica della trasformazione del problema piano a quello monodimensionale per mezzo del calcolo dei cosiddetti *coefficienti di ripartizione*, ossia dei coefficienti che ripartiscono il carico *P* posto sul traverso nella generica posizione *y*_{*P*}(considerata a partire dal baricentro elastico dell'impalcato) sulle *n* travi, determinandone l'aliquota di competenza.

Nel caso di travi diseguali il baricentro delle rigidezze non coincide con quello geometrico e va calcolato a partire dai momenti statici delle rigidezze come segue:

$$\bar{x}_{G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_{i} \cdot \bar{x}_{i}}{\sum_{i=1}^{n} k_{i}}$$
(3.4)

Essendo \overline{x} l'ascissa di un sistema di riferimento arbitrario, come riportato nell'esempio di Figura 3.2.



Figura 3.2 - Esempio di baricentro delle rigidezze diverso da quello geometrico.

Ammettendo che il traverso sia infinitamente rigido il problema della trave continua su appoggi elastici si semplifica notevolmente ed il calcolo delle reazioni R_i delle molle dovute ad un carico unitario posto in una posizione generica (che altro non sono che i coefficienti di ripartizione r_i) diventa immediato. Infatti, mettendo a sistema le due equazioni di equilibrio (traslazione verticale e rotazione), con quelle di congruenza (rototraslazione rigida) e costitutive (molle a comportamento elastico-lineare) – mostrate nell'Eq. (3.5) – è possibile calcolare facilmente i coefficienti di ripartizione, di cui si riporta direttamente la soluzione nelle Eqq. (3.6) e (3.7) , rispettivamente per travi diverse e travi uguali tra loro.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} R_{i} = P \\ \sum_{i=1}^{n} R_{i} y_{i} = P x_{p} \\ \delta_{i} = \delta_{G} + \operatorname{tg} \varphi \cdot y_{i} \cong \delta_{G} + \varphi \cdot x_{i} \\ R_{i} = k_{i} \delta_{i} \end{cases}$$
(3.5)

$$r_{i} = \frac{k_{i}}{\sum_{i=1}^{n} k_{i}} + \frac{x_{P} x_{i} k_{i}}{\sum_{i=1}^{n} k_{i} x_{i}^{2}}$$
(3.6)

$$r_{i} = \frac{1}{n} + \frac{x_{P} x_{i}}{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2}}$$
(3.7)

L'esperienza mostra che per valori di Z > 25, la differenza con il caso limite Z $\rightarrow \infty$ in termini di deformata del traverso diventa modesta (Petrangeli, 1996), come mostrato in Figura 3.3, e pertanto l'ipotesi di traversi infinitamente rigidi risulta accettabile. Al diminuire del rapporto tra la larghezza dell'impalcato e la luce delle travi, il valore minimo di *Z* può scendere anche sotto 20.



Figura 3.3 - Deformata del traverso per carico decentrato (a), per carico centrale (b).

A titolo di esempio si consideri un graticcio di 4 travi poste ad interasse pari a 2,5 m e tre possibili condizioni: travi aventi la medesima rigidezza (cioè geometricamente uguali) e travi centrali aventi il 33% in più o in meno di rigidezza rispetto alle travi di bordo (anche dette *travi di riva*).

Diagrammando la (3.6) e la (3.7) ponendo il carico sulla trave di riva (Figura 3.4a) e sulla trave centrale (Figura 3.4b) si osserva che la condizione più sfavorevole, cioè quella che presenta coefficiente di ripartizione maggiore, è il primo caso. Soffermandosi sulla Figura 3.4a, si osserva che se le travi centrali fossero più rigide, l'aliquota di carico su di esse agenti sarebbe maggiore, ma contestualmente la trave di riva sarebbe sgravata. Viceversa, se la trave di riva fosse più rigida, l'aliquota di carico su di essa agente sarebbe maggiore del caso di travi con eguale rigidezza. Normalmente per le strutture nuove si predilige realizzare travi uguali dimensionando solo quella di riva ma non è raro il caso di impalcati esistenti con travi diseguali.



Figura 3.4 - Diagramma dei coefficienti di ripartizione al variare della rigidezza delle travi per carico posto sulla trave di riva (a), sulla trave centrale (b).

In virtù del teorema di Betti, anche noto come 1° principio di reciprocità, la deformata del traverso – che è lineare per ipotesi di rigidezza infinita – è proporzionale alla linea di influenza dei coefficienti di ripartizione della trave carica. Nel caso poi di travi di uguale rigidezza, quest'ultima coincide con il diagramma dei coefficienti di ripartizione.

3.3.2 Metodo di Courbon-Engesser

Nel caso in cui il numero di traversi non sia sufficientemente alto, si può ricorrere alla variante proposta da Engesser. Il metodo si basa sul principio di sovrapposizione degli effetti, cioè si sommano le sollecitazioni di un primo schema di carico che presenta appoggi fittizi alle intersezioni tra travi e traversi, con quelle di un secondo schema in cui, a vincoli fittizi rimossi, il graticcio è caricato con le loro reazioni cambiate di verso (Petrangeli, 1996).

Per ciò che concerne il primo schema, i carichi da posizionare su ciascuna trave si ottengono posizionando innanzitutto i carichi distribuiti e concentrati di normativa sulla soletta (che non coincide più con un traverso dal momento che non sono più infiniti) secondo la linea di influenza dei coefficienti di ripartizione della trave di riva. Successivamente si procede alla ripartizione di essi su ciascuna nervatura, risolvendo una classica trave continua e ricavando le reazioni degli appoggi, che rappresentano l'aliquota di carico che ogni trave sostiene. A questo punto ciascuna nervatura possiederà un carico distribuito e due carichi concentrati (da posizionare secondo la linea di influenza longitudinale) di intensità differenti. Posizionando i vincoli fittizi si otterrà certamente uno schema iperstatico di cui interessano le reazioni di tutti i vincoli fittizi ed il diagramma della sollecitazione indagata della trave di riva.

A questo punto si può passare al secondo schema, in cui ciascun traverso viene caricato con le reazioni dei vincoli provvisori cambiate di verso e che bisogna ripartire sulla trave di riva così come fossero dei normali carichi. A questo punto la trave di riva presenta un carico concentrato per ciascun traverso ed è possibile tracciare il diagramma della caratteristica di sollecitazione ricercata.

In ultimo, si sommano i diagrammi ottenuti dai due schemi, ottenendo quello finale, come mostrato in Figura 3.5.


Figura 3.5 - Momento flettente della trave di riva secondo il metodo di Courbon-Engesser.

3.3.3 Metodo di Vlasov

Quando le ipotesi di Courbon non sono più soddisfate – ad esempio nel caso di graticcio di travi a cassoncino – nessuno dei metodi precedenti può essere utilmente utilizzato. In tali casi occorre l'impiego di un metodo che tenga conto della rigidezza torsionale delle travi. Il metodo di Vlasov risponde a questa esigenza ma può essere anche impiegato per sezioni aperte, purché a parete sottile. In particolare si parla di sezioni monoconnesse se aperte, biconnesse se chiuse con una sola maglia (cassone monocellulare) e pluriconnesse se chiuse con più maglie (pluricellulari) (Augenti, 1992).

L'ipotesi base di indeformabilità della sezione trasversale permane, pertanto la presenza di un numero adeguato di traversi o diaframmi rimane indispensabile. Alla luce di ciò resta valida la terza equazione della (3.6) che può essere riscritta come:

$$w_i = w_0 + x_i \cdot \theta \tag{3.8}$$

Essendo w_i lo spostamento verticale della i-esima trave, w_0 quello del baricentro delle rigidezze dell'impalcato G, y_i la posizione della i-esima trave rispetto a G e θ l'angolo di rotazione rigida dell'impalcato.



Figura 3.6 - Tratto di impalcato di lunghezza dz con forze e sollecitazioni agenti su di esso.

Prendendo in considerazione un tratto di impalcato di lunghezza *dz* come mostrato in Figura 3.6, l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale può essere scritta come:

$$\sum_{i=1}^{n} (V_i + dV_i) + q(z)dz - \sum_{i=1}^{n} V_i = 0$$
(3.9)

Ricordando la definizione di taglio:

$$V_i = -EI_i \frac{d^3 w_i}{dz^3} \tag{3.10}$$

Si può scrivere che:

$$\sum_{i=1}^{n} dV_{i} = -E \sum_{i=1}^{n} \left(I_{i} \frac{d^{4} w_{i}}{dz^{4}} \right) dz$$
(3.11)

Pertanto la (3.10) si può riscrivere come:

$$-E\sum_{i=1}^{n} \left(I_{i} \frac{d^{4} w_{i}}{dz^{4}} \right) + q(z) = 0$$
(3.12)

Sostituendo la (3.9) nella precedente si ha:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(I_i \frac{d^4 w_0}{dz^4} + I_i x_i \frac{d^4 \theta}{dz^4} \right) = \frac{q(z)}{E}$$
(3.13)

Ma essendo il sistema di riferimento baricentrico, il momento statico è nullo; pertanto il secondo contributo della sommatoria si può elidere e l'equazione si può esplicitare come segue:

$$\frac{d^4 w_0}{dz^4} = \frac{q(z)}{E \sum_{i=1}^n I_i}$$
(3.14)

La cui soluzione fornisce l'abbassamento del baricentro w_0 lungo z. Per il calcolo di θ è necessario ricorrere all'equazione di equilibrio alla rotazione:

$$\sum_{i=1}^{n} (T_i + dT_i) + \sum_{i=1}^{n} (V_i + dV_i) \cdot x_i + m(z)dz - \sum_{i=1}^{n} T_i - \sum_{i=1}^{n} V_i \cdot x_i = 0$$
(3.15)

Che semplificata diventa:

$$\sum_{i=1}^{n} dT_i + \sum_{i=1}^{n} \left(dV \cdot x_i \right) + m(z) dz = 0$$
(3.16)

Essendo *T* il momento torcente inteso come caratteristica di sollecitazione e m(z) il carico torcente ottenuto come la risultante di linea del carico distribuito su superficie moltiplicato per l'eccentricità rispetto al baricentro delle rigidezze dell'impalcato.

Richiamando la (3.11) e ricordando che:

$$T_i = GJ_i \frac{d\theta}{dz} \tag{3.17}$$

Ove J_i è il momento di inerzia torsionale della i-esima trave, si può scrivere che:

$$\sum_{i=1}^{n} dT_{i} + \sum_{i=1}^{n} \left(dV_{i} \cdot x_{i} \right) = G \sum_{i=1}^{n} J_{i} \cdot \frac{d^{2}\theta}{dz^{2}} dz - E \sum_{i=1}^{n} \left(I_{i} x_{i} \cdot \frac{d^{4} w_{i}}{dz^{4}} \right) dz$$
(3.18)

Sostituendo queste quantità nella (3.17) si ha:

$$G\sum_{i=1}^{n} J_{i} \cdot \frac{d^{2}\theta}{dz^{2}} - E\sum_{i=1}^{n} \left(I_{i}x_{i} \frac{d^{4}w_{i}}{dz^{4}} \right) + m(z) = 0$$
(3.19)

Che richiamando la (3.9) diventa:

$$G\sum_{i=1}^{n} J_{i} \cdot \frac{d^{2}\theta}{dz^{2}} - E\sum_{i=1}^{n} (I_{i}x_{i}) \cdot \frac{d^{4}w_{0}}{dz^{4}} - E\sum_{i=1}^{n} (I_{i}x_{i}^{2}) \cdot \frac{d^{4}\theta}{dz^{4}} + m(z) = 0 \quad (3.20)$$

Ove anche qui il secondo contributo è da elidere in quanto il momento statico baricentrico è nullo, per cui si ottiene:

$$E\sum_{i=1}^{n} I_{i}x_{i}^{2} \cdot \frac{d^{4}\theta}{dz^{4}} - G\sum_{i=1}^{n} J_{i} \cdot \frac{d^{2}\theta}{dz^{2}} = m(z)$$
(3.21)

Indicando con Γ e J^* le quantità:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{n} I_i x_i^2$$
 (3.22)

$$J^* = \sum_{i=1}^{n} J_i$$
 (3.23)

Si può, in definitiva, riscrivere in maniera compatta la (3.22) come:

$$E\Gamma \frac{d^4\theta}{dz^4} - GJ^* \frac{d^2\theta}{dz^2} = m(z)$$
(3.24)

Che è un'equazione differenziale del quarto ordine la cui soluzione, espressa in termini di seni e coseni iperbolici, fornisce l'espressione di θ .

Le espressioni di $w_0 e \theta$ così ricavate, sostituite nella (3.9) forniscono l'abbassamento di ciascuna trave, da cui è possibile calcolare agevolmente momento flettente e taglio:

$$M_{i}(z) = -EI_{i}\frac{d^{2}w_{i}}{dz^{2}} = -EI_{i}\left(\frac{d^{2}w_{0}}{dz^{2}} + x_{i}\frac{d^{2}\theta}{dz^{2}}\right)$$
(3.25)

$$M_{i}(z) = -EI_{i}\frac{d^{3}w_{i}}{dz^{3}} = -EI_{i}\left(\frac{d^{3}w_{0}}{dz^{3}} + x_{i}\frac{d^{3}\theta}{dz^{3}}\right)$$
(3.26)

Si fa notare che, nel caso in cui la rigidezza torsionale delle travi sia trascurabile, la soluzione di Vlasov degenera in quella di Courbon-Albenga. Infatti, derivando 4 volte la (3.9) si ha:

$$\frac{d^4 w_i}{dz^4} = \frac{d^4 w_0}{dz^4} + x_i \frac{d^4 \theta}{dz^4}$$
(3.27)

Sostituendo nella precedente la (3.15) e la (3.22) particolarizzata al caso di J^* nullo e ricordando che per un carico distribuito q(z) la coppia torcente m(z) è pari al prodotto di q(z) per l'eccentricità e, si ha:

$$\frac{d^4 w_i}{dz^4} = \frac{q(z)}{E} \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n I_i} + \frac{e \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n I_i \cdot x_i^2} \right)$$
(3.28)

Ove, se si moltiplica e divide per I_{i} , la quantità tra parentesi è esattamente pari al coefficiente di ripartizione visto nella (3.7). Infatti, il rapporto tra le rigidezze flessionali coincide con quello tra i momenti di inerzia, essendo:

$$\frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i} = \frac{\frac{cEI_i}{l^3}}{\sum_{i=1}^n \frac{cEI_i}{l^3}} = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i}$$
(3.29)

3.3.4 Metodo di Massonnet

Tale metodo si distingue dai precedenti in quanto l'impalcato non viene più ridotto ad una singola trave bensì lo si assimila ad una piastra equivalente. A differenza dei metodi di Courbon, quello di Massonnet non fa alcuna ipotesi restrittiva sulla rigidezza delle travi e dei traversi, pertanto è del tutto generale. Tuttavia se ne fanno due:

- Il graticcio può essere sostituito con uno equivalente a maglie infinitesime avente le medesime rigidezze medie flessionali e torsionali;
- È possibile effettuare l'analisi armonica della struttura in direzione longitudinale, vale a dire che si suppone che la forma del carico sia uguale a quella della sua deformata, circostanza che si verifica solo in travi semplicemente appoggiate con carico sinusoidale (vedi Figura 3.7).



Figura 3.7 - Confronto tra graticcio effettivo e piastra equivalente.

La seconda ipotesi serve per semplificare parecchio il calcolo della piastra. Infatti, l'abbassamento del generico punto (x,y) della piastra può essere calcolato, grazie a tale ipotesi, come prodotto di due funzioni disaccoppiate, una solo in *x*, l'altra solo in y, come mostrato nell'Eq. (3.30).

$$w(x, y) = w(y)\sin\frac{\pi x}{l}$$
(3.30)

Addirittura, si potrebbe ulteriormente semplificare supponendo una deformata cilindrica, cioè W(y) = cost. In ogni caso, dalla teoria delle piastre è noto che:

$$m_x = -D_x \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2}$$
(3.31)

Pertanto, il momento flettente si può ricavare facilmente che:

$$m_x = \frac{\pi^2}{l^2} D_x w(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$
(3.32)

Ma la grande diffusione che tale metodo ebbe in passato avvenne per via del fatto che vennero create delle tabelle grazie alle quali è possibile ricavare agevolmente l'aliquota del generico carico trasversale *p* gravante sulla nervatura desiderata, noti che siano alcuni parametri geometrici e di rigidezza (Petrangeli, 1996). Nello specifico, si tratta di:

- *2b* = larghezza convenzionale di impalcato (vedi Eq. (3.33));
- *y/b* = eccentricità relativa della nervatura;
- *e/b* = eccentricità relativa del carico;
- D_x = Rigidezza flessionale di piastra lungo x (vedi Eq. (3.34));
- D_y = Rigidezza flessionale di piastra lungo y (vedi Eq. (3.35));
- C_{xy} = Rigidezza torsionale di piastra mista xy (vedi Eq. (3.36));
- *C_{yx}* = Rigidezza torsionale di piastra mista yx (vedi Eq. (3.37));
- θ = Parametro di deformabilità trasversale (vedi Eq. (3.38));
- α = Parametro di torsione (vedi Eq. (3.39));

$$2b = n b_1 \tag{3.33}$$

$$D_x = \frac{E I_l}{b_1} \tag{3.34}$$

$$D_{y} = \frac{E I_{t}}{l_{1}}$$
(3.35)

$$C_{xy} = \frac{G K_l}{b_l}$$
(3.36)

$$C_{yx} = \frac{GK_t}{l_1} \tag{3.37}$$

$$\theta = \frac{b}{l} \sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}}$$
(3.38)

$$\alpha = \frac{H}{\sqrt{D_x D_y}} \tag{3.39}$$

Essendo *n* il numero di travi, $b_1 e I_1$ l'interasse delle travi e dei traversi rispettivamente, $I_l e I_t$ il momento di inerzia delle travi e dei traversi rispettivamente, *E* il modulo di Young, *G* il modulo di elasticità tagliante, K_l e K_t il momento di inerzia torsionale delle travi e dei traversi rispettivamente, *l* la luce complessiva dell'impalcato, *H* la rigidezza torsionale di piastra.

Per ciascun valore di θ vi sono due tabelle, una per rigidezza torsionale di piastra nulla (α = 0), l'altra per rigidezza uguale nelle due direzioni (piastra isotropa, α = 1). Entrando con *y/be e/b* è possibile ricavare il valore di *K* in ciascuno dei due casi limite, essendo *K* il coefficiente di ripartizione associato. L'esperienza mostra che per casi intermedi di rigidezza torsionale è possibile utilizzare l'interpolazione lineare mostrata nell'Eq. (3.40).

$$K_{\alpha} = K_0 + (K_1 - K_0)\sqrt{\alpha}$$
 (3.40)

Pertanto l'aliquota di carico gravante sulla nervatura considerata sarà pari a:

$$p_1 = K_{\alpha} \cdot p \tag{3.41}$$

4 CALCOLO DELLA CAPACITÀ PORTANTE DI ELEMENTI PRECOMPRESSI

La verifica allo SLU degli elementi strutturali in c.a.p. segue metodi affidabili e consolidati, almeno per quanto riguarda gli elementi monodimensionali. Come si vedrà nel seguito, la verifica dell'impalcato è stata condotta come se la struttura fosse composta da elementi monodimensionali.

La letteratura ed i codici propongono un protocollo per il quale si suddivide il singolo elemento monodimensionale in parti con due caratteristiche differenti:

- le regioni *B*(dove B sta per Bernoulli);
- le regioni *D*(dove D sta per *disturbed* o *discontinuity*).

Le regioni B sono quelle zone lontane da carichi concentrati, da improvvise variazioni di sezione e/o da vincoli esterni. In tali zone, risultano validi i modelli sviluppati per le travi snelle. Diversamente, le regioni D sono prossime alle discontinuità statiche e/o geometriche e la loro estensione può essere determinata, in prima approssimazione, applicando il postulato di Saint Venant, risultando circa pari alla maggiore delle dimensioni dell'area caricata a partire dal punto di discontinuità (vedi Figura 4.1). In tali regioni D, non possono utilizzarsi i metodi validi per travi snelle; alternativamente, si ricorre ad una schematizzazione a traliccio reticolare costituito da tiranti e puntoni (strut-and-tie).

Nel seguito si darà una carrellata delle procedure di verifica impiegate discutendo le peculiarità e contestualizzandone la loro applicazione per la verifica strutturale di impalcati da ponte, fine ultimo di questa tesi.



Figura 4.1 - Regioni B e D di un impalcato da ponte a schema Gerber.

4.1 Verifica delle Regioni B

4.1.1 Calcolo della capacità flessionale

Il calcolo del momento resistente di una sezione precompressa ad I con soletta collaborante (Figura 4.2) soggetta a flessione semplice si basa sugli usuali principi di conservazione delle sezioni piane e perfetta aderenza acciaio calcestruzzo e su un modello la cui incertezza epistemica è sostanzialmente trascurabile, stante la ormai consolidata teoria relativa alle verifiche sezionali in c.a./c.a.p. per tensioni normali. Innanzitutto, occorre distinguere il caso di sezione soggetta a momento positivo da quella soggetta a momento negativo.

4.1.1.1 Sezione precompressa soggetta a momento positivo

Assumendo lo *stress-block* come legame costitutivo del calcestruzzo, il legame elasto-plastico incrudente per l'acciaio da precompressione e trascurando il contributo delle armature lente, è possibile schematizzare la sezione e diagrammare deformazioni, tensioni e risultante (vedi Figura 4.2).



Figura 4.2 - Sezione in c.a.p. soggetta a M⁺ con diagrammi di deformazioni, tensioni e risultanti allo SLU.

La simbologia utilizzata indica le seguenti quantità:

- *B* ed *s* la larghezza e lo spessore della soletta;
- *b*₁ la larghezza del bulbo inferiore della trave;
- *t_{bi}*(*i*=1,...,4) gli spessori caratterizzanti i due bulbi della trave;
- *t_w* lo spessore dell'anima;
- *d_i*, *A_{pi}*, *ε_{dec,i}*, *ε_{cong,i}* e *σ_{dec,i}*(*i*=1,2) rispettivamente le posizioni, le aree, le tensioni e le deformazioni di decompressione e congruenza dei cavi di precompressione (queste ultime meglio descritte più avanti);
- *x_c* e *y* la profondità rispettivamente dell'asse neutro e dell'area compressa di calcestruzzo reagente (*y* = 0,8 *x_c*);
- *f_c* e *ε_{cu}* la resistenza cilindrica a compressione della trave e la deformazione a rottura (assunta pari a 3,5%) del calcestruzzo;
- *d_c* la profondità della risultante di compressione.

Il calcolo del momento resistente è preceduto dall'individuazione della posizione dell'asse neutro. Tuttavia, spesso risulta più comodo riferire i calcoli alla profondità dello stress-block y piuttosto che all'asse neutro reale x_c . In ogni caso, la presenza di una geometria complessa e l'utilizzo di legami costitutivi non lineari rende difficile ricavare la posizione dell'asse neutro in forma chiusa dall'equazione di equilibrio alla traslazione, obbligando il ricorso alla risoluzione per via iterativa. Di norma, il contributo delle armature lente viene trascurato in quanto la sua influenza è inferiore al 5%.

Escludendo a priori che l'asse neutro possa cadere nel bulbo inferiore e considerando la possibilità che soletta e trave possiedano resistenze diverse, l'area del calcestruzzo compresso *A_c* valutato con lo stress-block, è pari a:

$$A_{c}(y) = \begin{cases} \frac{1}{m} y B & \text{se} & 0 < y \le s \\ \frac{1}{m} s B + b_{1} (y - s) & \text{se} & s < y \le s + t_{b1} \\ \frac{1}{m} s B + b_{1} t_{b1} + \frac{(b_{1} + \overline{b}) \cdot (y - s - t_{b1})}{2} & \text{se} & s + t_{b1} < y \le s + t_{b1} + t_{b2} \\ \frac{1}{m} s B + b_{1} t_{b1} + \frac{(b_{1} + t_{w}) \cdot t_{b2}}{2} + t_{w} (y - s - t_{b1} - t_{b2}) & \text{altrimenti} \\ \end{cases}$$

$$(4.1)$$

Essendo *m* un "coefficiente di omogeneizzazione in resistenza" pari al rapporto tra la resistenza del calcestruzzo della trave $f_{c,girder}$ (o semplicemente f_c) e quello della soletta $f_{c,slab}$, mentre \overline{b} una quantità di comodo pari a:

$$\overline{b} = b_1 - \frac{b_1 - t_w}{t_{b2}} (y - s - t_{b1})$$
(4.2)

Per quanto riguarda la risultante di trazione, è indispensabile calcolare la tensione di ciascun cavo che si ottiene a partire dalla deformazione totale ε_{pi} entrando nella legge del legame costitutivo. Tale deformazione si ottiene dalla somma della cosiddetta deformazione di decompressione $\varepsilon_{dec,i}$, ovvero quella che in presenza dei soli sforzi di precompressione servirebbe a riportare la sezione alla configurazione indeformata, e della deformazione di congruenza $\varepsilon_{cong,i}$, cioè quella che si ottiene a seguito dell'incremento dei carichi esterni nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane. La prima aliquota deve evidentemente tener conto sia della riduzione della tensione di precompressione $\Delta \sigma_{pi}$ rispetto a quella iniziale σ_{spi} per effetto delle deformazioni istantanee e differite, che dell'accorciamento elastico del calcestruzzo nella medesima fibra del cavo. La seconda invece si ottiene da semplici considerazioni geometriche desumibili per similitudine tra triangoli nel diagramma delle deformazioni. L'espressione è riportata in Eq. (4.3). In assenza di riferimenti specifici di progetto, la tensione σ_{spi} si può valutare secondo l'Eq. (4.4) (NTC 2018).

$$\varepsilon_{pi} = \varepsilon_{dec,i} + \varepsilon_{cong,i} = \frac{\sigma_{spi} - \Delta \sigma_{pi}}{E_p} + \left| \frac{\sigma_{c0,i}}{E_c} \right| + \left(1 - \frac{d_i}{1,25y} \right) \varepsilon_{cu}$$
(4.3)

$$\sigma_{spi} = \begin{cases} \min(0.85f_{p(1)k}; 0.75f_{plk}) & \text{se post-teso} \\ \min(0.90f_{p(1)k}; 0.80f_{plk}) & \text{se pre-teso} \end{cases}$$
(4.4)

Essendo E_p e E_c il modulo elastico dell'acciaio armonico e del calcestruzzo e $\sigma_{c0,i}$ la tensione elastica del calcestruzzo nella fibra dell'*i*-esimo cavo. Indicando con E_{p2} la rigidezza post-elastica dell'acciaio armonico, la tensione del singolo cavo di precompressione si potrà ricavare mediante l'espressione:

$$\sigma_{pi} = \begin{cases} E_{p} \varepsilon_{pi} & \text{se } \varepsilon_{pi} \leq \varepsilon_{py} \\ E_{p} \varepsilon_{py} + E_{p2} \left(\varepsilon_{pi} - \varepsilon_{py} \right) & \text{se } \varepsilon_{py} < \varepsilon_{pi} \leq \varepsilon_{pu} \end{cases}$$
(4.5)

Essendo ε_{py} e ε_{pu} le deformazioni a snervamento e ultima dell'acciaio armonico. La prima è pari al rapporto tra la tensione di snervamento f_{py} (che in assenza di specifiche informazioni si può assumere pari a quella di rottura f_{pt} diviso 1,1) ed E_p ; l'altra può essere considerata pari al 3,5%.

Allora la posizione di *y*, e dunque dell'asse neutro, si può ottenere dalla risoluzione della seguente equazione implicita:

$$A_{c}(y) f_{c} + \sum_{i=1}^{n} \left[A_{pi} \cdot \sigma_{pi}(y) \right] = 0$$
(4.6)

Una volta noto *y*, il calcolo del momento resistente della sezione non è immediato come nel caso di sezioni rettangolari in quanto la variazione della larghezza della porzione compressa di calcestruzzo fa sì che la posizione della risultante di compressione non sia banalmente pari a y/2. Allora la soluzione più efficace è quella di considerare i momenti statici del calcestruzzo e dei cavi rispetto ad una retta arbitraria η (operazione lecita in flessione semplice), moltiplicarli per le rispettive tensioni e infine sommarli.

$$M_{R} = S_{c}^{\eta} f_{c} + \sum_{i=1}^{n} \left[A_{pi} \cdot d_{i} \cdot \sigma_{pi} \right]$$

$$(4.7)$$

Essendo il momento statico del calcestruzzo pari a:

$$S_{c}^{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{m} \frac{y^{2}B}{2} & \text{se } 0 < y \le s \\ \frac{1}{m} \frac{s^{2}B}{2} + \frac{b_{1}(y^{2} - s^{2})}{2} & \text{se } s < y \le s + t_{b1} \\ \frac{1}{m} \frac{s^{2}B}{2} + b_{1}t_{b1}\left(s + \frac{t_{b1}}{2}\right) + \frac{\left(b_{1} + \overline{b}\right) \cdot \left(y - s - t_{b1}\right)}{2} & \text{se } s + t_{b1} < y \\ & \cdot \left[s + t_{b1} + \frac{1}{3}\frac{b_{1} + 2\overline{b}}{b_{1} + \overline{b}}\left(y - t_{b1} - s\right)\right] & \le s + t_{b1} + t_{b2} \\ \frac{1}{m} \frac{s^{2}B}{2} + b_{1}t_{b1}\left(s + \frac{t_{b1}}{2}\right) + \frac{\left(b_{1} + t_{w}\right) \cdot t_{b2}}{2} & \cdot \\ & \cdot \left(s + t_{b1} + \frac{1}{3}\frac{b_{1} + 2t_{w}}{b_{1} + t_{w}}t_{b2}\right) + & \text{altrimenti} \\ & + \frac{t_{w}}{2}\left(y - s - t_{b1} - t_{b2}\right)\left(y + s + t_{b1} + t_{b2}\right) \end{cases}$$

$$(4.8)$$

4.1.1.2 Sezione precompressa soggetta a momento negativo

Nelle zone di cuspide del diagramma dei momenti, la rappresentazione fornita dai diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione è troppo semplicistica: il diagramma del taglio nel punto di vincolo mostra una discontinuità pari alla reazione di vincolo, ma la "natura non facit saltus".

Questa zona, quindi, può essere studiata solo con tecniche tipiche delle Regioni D, ma proprio il salto sul diagramma del taglio, che implica l'inversione dei puntoni di parete, conduce ad un modello semplificato di equilibrio ove si forma un triangolo così come rappresentato in Figura 4.3.

Le equazioni di equilibrio a cavallo del vincolo possono essere quindi ricondotte all'equilibrio sezionale simile a quello delle Regioni B, sebbene tali zone certamente non lo siano (CEB Bulletin n. 223, 1995).



Figura 4.3 - Schematizzazione a tiranti e puntoni di una regione di appoggio esterno intermedio soggetta a carichi uniformemente distribuiti.

Fatta questa premessa, l'elaborazione del calcolo è sostanzialmente simile a quello delle sezioni soggetto a momento positivo, in quanto è sufficiente cambiare il riferimento dell'asse neutro dall'estradosso della soletta all'intradosso del bulbo inferiore come mostrato in Figura 4.4 o, alternativamente, ruotare la sezione di 180°.



Figura 4.4 - Sezione in c.a.p. soggetta a M⁻ con diagrammi di deformazioni, tensioni e risultanti allo SLU.

L'unica differenza sta nelle espressioni dell'area di calcestruzzo compresso e del momento statico, sebbene l'impostazione sia la medesima. Si esclude la possibilità che l'asse neutro possa salire nel bulbo superiore.

$$A_{c}(y) = \begin{cases} b_{1} y & \text{se } 0 < y \le t_{b4} \\ b_{1} t_{b4} + \frac{(b_{1} + b^{*}) \cdot (y - t_{b4})}{2} & \text{se } t_{b4} < y \le t_{b4} + t_{b3} \\ b_{1} t_{b4} + \frac{(b_{1} + t_{w}) \cdot t_{b3}}{2} + t_{w} (y - t_{b4} - t_{b3}) & \text{altrimenti} \end{cases}$$
(4.9)

Essendo b^* la quantità:

٢

$$b^* = b_1 - \frac{b_1 - t_w}{t_{b3}} (y - t_{b4})$$
(4.10)

$$S_{c}^{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{b_{1}y^{2}}{2} & \text{per } 0 < y \le t_{b4} \\ \frac{b_{1}t_{b4}^{2}}{2} + \frac{(b_{1} + b^{*}) \cdot (y - t_{b4})}{2} \\ \cdot \left[\frac{1}{3} \frac{(b_{1} + 2b^{*}) \cdot (y - t_{b4})}{b_{1} + b^{*}} + t_{b4}\right] \\ \frac{b_{1}t_{b4}^{2}}{2} + \frac{(b_{1} + t_{w}) \cdot t_{b3}}{2} \cdot \left[t_{b4} + \frac{1}{3} \frac{(b_{1} + 2t_{w}) \cdot t_{b3}}{b_{1} + t_{w}}\right] + \\ + \frac{t_{w}}{2}(y - t_{b4} - t_{b3})(y + t_{b4} + t_{b3}) \\ \end{cases}$$

$$(4.11)$$

4.1.2 Calcolo della capacità a taglio

Il taglio e il momento flettente sono caratteristiche di sollecitazione che hanno significato fisico solo nelle Regioni B e perdono qualsiasi importanza invece nelle Regioni D. Pertanto, le verifiche a taglio andranno condotte ad una distanza pari ad un'altezza utile dall'asse del vincolo, uscendo di fatto dalla Regioni D. Per gli scopi che il presente lavoro si prefigge, la trattazione sarà limitata ai soli elementi dotati di armature specifiche a taglio.

Attualmente, pur non essendo un problema del tutto risolto, il modello più accreditato per il calcolo a taglio è quello riportato sia nell'Eurocodice 2 (EN 1992-1-1:2004)– d'ora in poi abbreviato con EC2 – che nel Model Code 2010 ed è basato sulla *Modified Compression Field Theory* (MCFT) (Vecchio & Collins, 1986). Tale modello supera l'approccio discreto del traliccio di Ritter-Mörsch adottando una formulazione a campi continui di tensione che, a differenza della precedente *Compression Field Theory* (CFT), tiene conto della tensione principale di trazione a fessurazione avvenuta, responsabile della riduzione di resistenza delle bielle compresse.

Nella MCFT il calcestruzzo fessurato è trattato come un nuovo materiale elastico non lineare con un legame tensione-deformazione diverso da quello iniziale. Le equazioni di equilibrio, congruenza e costitutive sono formulate in termini di tensioni e deformazioni medie, e le direzioni degli assi degli sforzi e delle deformazioni principali sono assunti coincidenti.

Pur con qualche variazione, tale approccio sarà confermato anche nel redigendo Model Code 2020, disponibile in bozza agli addetti ai lavori.

Il modello è basato su un approccio a crescenti Livelli di Approssimazione (LoA) in cui la resistenza a taglio è data dal minimo tra il taglio sostenibile dalle bielle compresse $V_{Rd,max}$ (*taglio-compressione*) e la somma tra quello sostenibile dalle staffe $V_{Rd,s}$ e quello sostenibile dalla resistenza a trazione del calcestruzzo $V_{Rd,c}$ che insieme compongono la resistenza a *taglio-trazione*. I LoA più dettagliati tengono conto del fatto che nella realtà la resistenza a taglio è intimamente legata alla deformazione longitudinale nella mezzeria del braccio della coppia interna ε_x . In particolare, i LoA esistenti sono i seguenti 4:

 LoA I: trascura la resistenza a trazione del calcestruzzo, lascia libero arbitrio sul valore di cot θ da adottare (essendo θ l'angolo di inclinazione delle bielle di calcestruzzo compresse) fissandone gli estremi in 1 e 2,2 (nel caso di elementi precompressi), e fissa il valore del coefficiente di riduzione della resistenza del calcestruzzo per fessurazione d'anima k_{ε} (che in letteratura è spesso indicato con il simbolo ν).

- LoA lla: trascura anch'esso la resistenza a trazione del calcestruzzo, consente la scelta della cot θ ma il limite superiore (o equivalentemente quello inferiore dell'angolo) è funzione di ε_x (cfr. Eq. (4.18)), così come il coefficiente k_{ε} .
- LoA IIb: tiene conto della resistenza a trazione del calcestruzzo per mezzo di un coefficiente k_v funzione di ε_x , fissa un valore specifico di cot θ (cfr. Eq. (4.19)) funzione di ε_x ed adotta la stessa formulazione per k_{ε} del livello precedente.
- LoA III: si ottiene con un'analisi agli elementi finiti, tenendo conto delle condizioni di equilibrio, congruenza e adottando opportuni legami costitutivi per l'acciaio e per il calcestruzzo fessurato diagonalmente.

Indipendentemente dal LoA utilizzato, la formulazione delle tre componenti è la medesima:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} + V_{Rd,c} \le V_{Rd,\max}$$
(4.12)

$$V_{Rd,\max} = k_{\varepsilon} f_{cd} b_{w} z_{v} \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^{2}\theta}$$
(4.13)

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} z_v f_{ywd} \left(\cot \theta + \cot \alpha \right) \sin \alpha$$
(4.14)

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z_v$$
(4.15)

Essendo:

- *k*_ε un coefficiente di riduzione della resistenza del calcestruzzo per fessurazione d'anima valutato secondo la (4.16);
 - *f_{cd}* la resistenza cilindrica a compressione di progetto del cls;
 - b_w lo spessore della parte resistente a taglio;
 - α l'inclinazione delle staffe rispetto all'orizzontale;

- *A_{sw}* l'area delle staffe moltiplicata per il numero di braccia;
- s_w la spaziatura tra le staffe;
- f_{ywd} la resistenza allo snervamento di progetto delle staffe;
- *k_v* un coefficiente di riduzione della resistenza a trazione del calcestruzzo valutato secondo la (4.17);
- γ_c il coefficiente parziale di sicurezza sul calcestruzzo pari a 1,5.

$$k_{\varepsilon} = \begin{cases} 0,55 & \text{per LoA I} \\ \frac{1}{1+110 \varepsilon_1} \le 1 & \text{per LoA IIa, IIb} \end{cases}$$
(4.16)

$$k_{\nu} = \begin{cases} 0 & \text{per LoA I, IIa} \\ \frac{0,4}{1+1500 \varepsilon_{x}} & \text{per LoA IIb} \end{cases}$$
(4.17)

$$\cot \theta_{\min} = \cot (13^\circ + 2500 \varepsilon_x) \text{ per LoA IIa}$$
 (4.18)

$$\cot \theta = \cot \left(29^\circ + 7000 \varepsilon_x \right) \quad \text{per LoA IIb} \tag{4.19}$$

Essendo:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,001) \cot^2 \theta \tag{4.20}$$

Per capire meglio si schematizza in Figura 4.5 una sezione in c.a.p. soggetta a prevalente momento positivo ed un tratto di sezione longitudinale.



Figura 4.5 - Schematizzazione delle forze in gioco per sezione in c.a.p. soggetta a momento positivo e taglio.

Se si suppone, a vantaggio di sicurezza, un andamento triangolare delle deformazioni con valore nullo in corrispondenza del corrente compresso, il calcolo della ε_x diventa piuttosto agevole:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} \frac{T}{EA} \tag{4.21}$$

Ove *T* è la risultante di trazione ed EA è la rigidezza assiale dell'armatura. Nel caso del c.a.p. si ottiene a partire da quella dell'armatura di precompressione e di quella lenta prese singolarmente, riportandole in z_{ν} con una semplice regola della leva e infine sommandole:

$$EA = E_{p}A_{p}\frac{z_{p}}{z_{v}} + E_{s}A_{s}\frac{z_{s}}{z_{v}}$$
(4.22)

Essendo z_v la media tra z_p e z_s ponderata rispetto ai momenti statici delle armature:

$$z_{v} = \frac{z_{p}^{2}A_{p} + z_{s}^{2}A_{s}}{z_{p}A_{p} + z_{s}A_{s}}$$
(4.23)

Per ciò che concerne la risultante di trazione T può essere valutata sommando i vari contributi in gioco:

$$T = \frac{M_{Ed,0} - F_p \cos \delta_p e_p}{z_v} + \frac{V_{Ed,0} - F_p \sin \delta_p}{2} \cot \theta + \left(N_{Ed,0} - F_p \cos \delta_p\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta e}{z_v}\right)$$
(4.24)

Essendo:

- *M*_{Ed,0} il momento flettente sollecitante dovuto ai carichi esterni;
- $V_{Ed,0}$ il taglio sollecitante dovuto ai carichi esterni;
- *V_{Ed,0}* lo sforzo normale sollecitante dovuto ai carichi esterni;
- F_p la forza di precompressione a cadute scontate;
- δ_p l'inclinazione del cavo risultante rispetto all'orizzontale;
- *e*_p l'eccentricità del cavo risultante rispetto al baricentro della sezione;
- Δ*e* la distanza tra il centro della coppia interna ed il baricentro della sezione.

Vale la pena notare che, da semplici considerazioni geometriche, risulta:

$$\frac{1}{2} - \frac{\Delta e}{z_{v}} = \frac{z_{p} - e_{p}}{z_{v}}$$
(4.25)

Pertanto la (4.24) può essere riscritta come:

$$T = \frac{M_{Ed,0}}{z_{v}} + \frac{V_{Ed,0} - F_{p}\sin\delta_{p}}{2}\cot\theta + N_{Ed,0}\frac{z_{p} - e_{p}}{z_{v}} - F_{p}\cos\delta_{p}\frac{z_{p}}{z_{v}}$$
(4.26)

Dunque, sostituendo la (4.22) e la (4.26) nella (4.21) si ottiene:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\frac{M_{Ed,0}}{z_{v}} + \frac{V_{Ed,0} - F_{p} \sin \delta_{p}}{2} \cot \theta + N_{Ed,0} \frac{z_{p} - e_{p}}{z_{v}} - F_{p} \cos \delta_{p} \frac{z_{p}}{z_{v}}}{2} \ge 0 \quad (4.27)$$

$$2\left(E_{p}A_{p} \frac{z_{p}}{z_{v}} + E_{s}A_{s} \frac{z_{s}}{z_{v}}\right)$$

Tuttavia, cot θ è funzione di ε_x e viceversa. Per ovviare a tale problema, poiché nell'economia della formula la cot θ ha poca influenza sul risultato per quelli che sono i valori usuali, è spesso praticata l'approssimazione di porre cot θ = 2, semplificando così la mole di calcolo.

Tuttavia tale approccio presuppone che il taglio V non sia banalmente quello sollecitante di progetto, bensì quello massimo sostenibile dalla sezione V_{Rd} . Si intuisce dunque che V_{Rd} dipende da ε_x e viceversa, rendendo così obbligato il ricorso ad una procedura iterativa, aggiornando ad ogni step i due valori sino ad arrivare a convergenza, cioè sino a quando alla k-esima iterazione $V_{Rd,(k)} \approx V_{Rd,(k-1)}$. In questo passaggio è tuttavia necessario ricorrere ad un'approssimazione, ovvero quella di supporre che il momento flettente esterno accresca linearmente con il taglio sollecitante che a sua volta è pari a quello resistente. Per l'ipotesi fatta si può scrivere che:

$$M_{Ed} = a \cdot V_{Rd} \tag{4.28}$$

Essendo *a* una quantità costante – avente il significato fisico di una luce di taglio – ricavata a partire dai valori sollecitanti di progetto come:

$$a = \frac{M_{Ed,0}}{V_{Rd,0}}$$
(4.29)

Alla luce di quanto esposto è possibile riscrivere la (4.27) come:

$$\varepsilon_{x,(k)} = \frac{\left(\frac{a}{z_{v}} + 1\right)V_{Rd,(k-1)} + N_{Ed,0}\frac{z_{p} - e_{p}}{z_{v}} - F_{p}\left(\sin\delta_{p} + \frac{z_{p}}{z_{v}}\cos\delta_{p}\right)}{2\left(E_{p}A_{p}\frac{z_{p}}{z_{v}} + E_{s}A_{s}\frac{z_{s}}{z_{v}}\right)} \ge 0 \quad (4.30)$$

La restrizione che $\varepsilon_x \ge 0$ è necessaria poiché si tratta di un modello pensato per le regioni fessurate a flessione e dunque con deformazioni medie di trazione. Il dibattito all'interno alla comunità scientifica del settore sulla metodologia di calcolo per le regioni non fessurate è tuttora aperto. Secondo il Model Code 2010, attualmente in vigore, per le regioni non fessurate il modello da adottare è quello che fa ricorso al cerchio di Mohr; secondo la bozza del Model Code 2020 sembrerebbe che il modello da adottare sia il medesimo delle regioni fessurate, adottando $\varepsilon_x = 0$.

Il primo modello, storicamente impiegato da molti decenni, fa affidamento esclusivamente alla geometria, alla resistenza a trazione del calcestruzzo e alla tensione di precompressione (Eq. (4.31)), motivo per il quale moltissime travi da ponte esistenti possiedono bassi rapporti geometrici di armature trasversali in prossimità degli appoggi d'estremità.

Da alcune prime analisi condotte dallo scrivente, la capacità portante a taglio valutata secondo il MC 2020 con $\varepsilon_x = 0$ risulta inverosimilmente limitata.

$$V_{Rd,ct} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}}$$
(4.31)

Essendo:

- *I* il momento di inerzia baricentrico della sezione;
- b_w lo spessore della sezione alla quota del baricentro;

- *S* il momento statico dell'area di sezione che sta sopra il baricentro, rispetto al baricentro stesso;
- *f_{ctd}* la resistenza a trazione di progetto del calcestruzzo;
- σ_{cp} la tensione del calcestruzzo sulla fibra baricentrica dovuta alla precompressione;
- α₁ un coefficiente adimensionale che tiene conto della lunghezza di ancoraggio. Nei sistemi post-tesi, l'ancoraggio è garantito dalle testate, di conseguenza tale coefficiente può essere assunto unitario.

4.2 Verifica delle Regioni D

Tra i metodi di calcolo per le regioni D, lo *strut-and-tie* (STM) è senza dubbio il più famoso e di più facile applicabilità. Si tratta di un metodo che caratterizza il comportamento a rottura di un elemento in c.a., cioè quando a fessurazione avvenuta il meccanismo resistente si può schematizzare con un traliccio reticolare costituito da puntoni in calcestruzzo e tiranti in acciaio in equilibrio con le forze esterne. L'idea originale risale ai primi del '900 con il traliccio di Ritter-Mörsch per la determinazione della resistenza a taglio delle travi in c.a. ma successivamente è stato esteso al caso degli elementi tozzi dalla scuola tedesca in un celebre lavoro (Schlaich et al., 1987).

Tuttavia lo STM rientra tra i metodi di analisi plastica degli elementi in c.a., cioè è basato esclusivamente su considerazioni di equilibrio. Per questo motivo può essere applicato solo se la struttura risulta sufficientemente duttile, cioè se allo Stato Limite Ultimo (SLU) è in grado di redistribuire gli sforzi dal percorso elastico in fase non fessurata a quello scelto in fase di progetto, operazione che può richiedere deformazioni plastiche importanti o addirittura non compatibili con quelle massime offerte dai materiali. Infatti, se per l'acciaio non vi sono grossi problemi sotto questo aspetto ($\varepsilon_{su} = 10\%$), per il calcestruzzo invece possono essere necessarie deformazioni maggiori di quelle massime ($\varepsilon_{cu} = 0,35\%$), con la conseguenza che il traliccio equivalente, nonostante sia stato ben calcolato, non riesca a formarsi a causa della rottura prematura di qualche asta. Peraltro, una situazione di queste creerebbe problemi anche allo Stato Limite di Esercizio (SLE) in quanto si avrebbe una fessurazione molto accentuata (Angotti et al., 2019).

Per questo motivo il metodo porta dentro di sè delle incertezze epistemiche che possono essere superate soltanto con una raffinata modellazione FEM, la quale non è computazionalmente gestibile nel caso di un numero elevato di analisi, quale quelle che la presente tesi si prefigge di eseguire.

Schlaich et al., per evitare grosse incompatibilità tra modello e realtà, suggeriscono di orientare gli elementi del traliccio secondo le isostatiche di trazione e compressione determinate in fase elastica non fessurata. In questo modo le deformazioni plastiche necessarie per la redistribuzione in fase plastica saranno facilmente tollerate dai materiali.

Nel selezionare il traliccio migliore può essere utile considerare che, anche in fase plastica, i carichi tendono a seguire i percorsi che inducono le minime tensioni e le minime deformazioni. Dal momento che i tiranti in acciaio sono decisamente più deformabili dei puntoni di calcestruzzo, tra gli infiniti tralicci equilibrati che è possibile tracciare, quello reale è l'unico che è anche congruente, cioè rispettoso del principio della minima energia deformazione elastica. In formule:

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}F_{i}l_{i}\overline{\varepsilon}_{i}=\min$$
(4.32)

dove:

F_i è la forza nell'i-esima asta del traliccio,

l_i è la lunghezza dell'i-esima asta,

 $\overline{\varepsilon}_i$ è la deformazione media dell'i-esima asta.

Trascurando la deformazione dei puntoni in quanto assai minore di quella dei tiranti, e considerando quest'ultima costante e pari a ɛ_{yd}, l'equazione precedente si semplifica in:

$$\frac{1}{2}\varepsilon_{yd}\sum_{i=1}^{n}F_{i}l_{i} = \min \implies \sum_{i=1}^{n}F_{i}l_{i} = \min$$
(4.33)

Sostanzialmente il traliccio più fedele alla realtà è quello che prevede il minore sviluppo complessivo di tiranti (cioè pochi e corti). Il più delle volte si tratta di un traliccio iperstatico che può essere scomposto in più parti isostatiche per facilitarne la risoluzione.

La maniera duale di procedere è quella di applicare una procedura di ottimizzazione che fornisce la resistenza maggiore, in ossequio al teorema statico della plasticità (Nielsen & Hoang, 2010).

4.2.1 Verifica di selle Gerber

Per gli scopi della presente tesi, appare molto utile particolarizzare i concetti appena visti al caso delle selle Gerber che rappresentano, appunto, degli elementi per loro natura tozzi, con brusche variazioni di sezione e soggetti a carichi concentrati, e quindi possono riguardarsi come delle Regioni D.

L'EC2 propone degli schemi tirante-puntone predefiniti e facilmente applicabili in fase di progettazione (Figura 4.6). Si tratta di due schemi additivi di cui il primo tiene conto delle staffe e dell'armatura orizzontale, il secondo dell'armatura inclinata. A ben vedere in realtà esistono alcuni elementi, sia tiranti (linea continua) che puntoni (linea tratteggiata), che risultano comuni ad entrambi gli schemi e pertanto è necessario suddividerne la resistenza tra i due modelli, giacché questi come già detto sono additivi.



Figura 4.6 - Modelli strut-and-tie per selle Gerber proposti dall'EC2.

Tuttavia, lo schema proposto dall'EC2 è puramente qualitativo, pertanto per poterlo utilizzare in fase di verifica è necessario assegnare una specifica geometria alla travatura, figlia del reale layout delle armature. Si sottolinea che ciascun tirante non è necessariamente rappresentativo di una singola armatura ma può esserne la risultante di un gruppo. Il caso tipico è quello del tirante che rappresenta un numero discreto di staffe oppure quello del tirante orizzontale sotto l'appoggio che può rappresentare anche un certo numero di ferri di parete. In presenza di sole forze verticali sulla sella, i due schemi possono essere rappresentati come mostrato in Figura 4.7.

I due modelli sono risolvibili con il metodo dell'equilibrio ai nodi, ottenendo gli sforzi normali di ciascuna asta in funzione della forza applicata sulla sella *R*_a o *R*_b.



Figura 4.7 - Modelli per selle Gerber particolarizzati [figura tratta da (Spinella & Messina, 2022)].

Per i due modelli, i tiranti sono contraddistinti dalle lettere T e T' mentre i puntoni da C e C' e sono numerati in ordine progressivo a partire dall'asse dell'appoggio. I nodi sono individuati da un cerchietto e contraddistinti da una progressiva numerica semplice e con apice per differenziare i due modelli.

Con riferimento al primo, gli angoli θ_i (*i*=1,2,3) sono valutati sulla base di semplici considerazioni geometriche che però sono funzioni del numero *n* di staffe scelto e, conseguentemente, della loro distanza *p* dal filo iniziale della sella, oltreché della lunghezza dell'armatura orizzontale per mezzo della distanza *e*. Inoltre si è indicato con *q* e con *a* la lunghezza della sella e dell'appoggio, con g la distanza del tirante T_1 dalla base dell'appoggio, con *c* il copriferro con h_1 e h_2 l'altezza dei due tratti della sella, con γ un angolo fisso di 45°, con $\Delta \gamma$ la differenza tra $\gamma e \theta_3$, con *f* il limite superiore di *e* ed infine con x_c la posizione dell'asse neutro. Quest'ultima può essere ricavata con analisi sezionale o con formule approssimate quale quella suggerita dalla Circolare Applicativa Delle NTC (2019) e riportata in Eq. (4.41).

$$p = \frac{c A_{sw0} + n A_{sw} \left(c + \frac{n-1}{2} s_w \right)}{A_{sw0} + n A_{sw}}$$
(4.34)

$$g = \frac{c A_{sl0} + m A_{sl} \left(c + \frac{m-1}{2} s_l\right)}{A_{sl0} + m A_{sl}}$$
(4.35)

$$e = l - l_{anc} - p - q/2 \tag{4.36}$$

$$f = h_2 \tan \gamma \tag{4.37}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{h_1 - g - \frac{x_c}{2}}{p + \frac{q}{2}}$$
(4.38)

$$\tan \theta_2 = \frac{h_1 - g - \frac{x_c}{2}}{\min(e, f)}$$
(4.39)

$$\tan \theta_3 = \frac{\min(e, f)}{g + h_2 - c} \tag{4.40}$$

$$\frac{x_c}{h} = 0,25 + \frac{0,85N}{A_c f_c} \le 1$$
(4.41)

Essendo:

- *n* ed *m* il numero rispettivamente di staffe e di registri di barre longitudinali sotto la sella considerati (parametri incogniti);
- *A_{sw}* e *s_w* rispettivamente l'area delle staffe moltiplicata per il numero di braccia ed il loro passo;
- *A_{sw0}* l'area dell'eventuale armatura di sospensione posta subito prima del filo di inizio sella;
- *A_{sl}* e *s_l* rispettivamente l'area delle eventuali armature orizzontali diffuse di ogni singolo registro sotto la sella ed il loro passo;
- *A_{sl0}, 1* e *I_{anc}* rispettivamente l'area, la lunghezza e la lunghezza di ancoraggio delle armature orizzontali (concentrate) poste sotto la sella;
- *h* l'altezza della sezione;
- *N* lo sforzo normale agente;
- *A_c* l'area della sezione di calcestruzzo.

Dallo studio di numerosi disegni esecutivi risalenti tra gli anni '60 e '90, lo scrivente ha riscontrato importanti carenze della lunghezza di ancoraggio che probabilmente veniva sottostimata. Questo fa sì che la lunghezza del tirante T₁ possa essere minore della lunghezza ottimale *f*.

Nel secondo modello, decisamente più semplice, $\alpha \in \beta$ sono gli angoli rispetto all'orizzontale rispettivamente delle armature diagonali del puntone C'₃. Il primo è un angolo noto che dipende dall'inclinazione reale delle barre mentre l'altro, in assenza di ferri piegati, viene normalmente fissato a 45°.

Dalla risoluzione dei tralicci si ha:

$$\begin{cases} C_{1} = \frac{1}{\sin \theta_{1}} R_{a} \\ C_{2} = \frac{\cos \theta_{3}}{\tan \theta_{1} \cdot \cos(\theta_{3} - \theta_{2})} R_{a} \\ C_{3} = \frac{\sin \theta_{2}}{\tan \theta_{1} \cdot \cos(\theta_{3} - \theta_{2})} R_{a}; \\ C_{4} = \frac{1}{\cos \gamma} R_{a} \\ C_{5} = \frac{\sin \theta_{2} \cdot \sin \theta_{3}}{\tan \theta_{1} \cdot \cos(\theta_{3} - \theta_{2})} R_{a} \end{cases} \begin{cases} T_{1} = \frac{1}{\tan \theta_{1}} R_{a} \\ T_{2} = \left[1 + \frac{\sin \theta_{2} \cdot \cos \theta_{3}}{\tan \theta_{1} \cdot \cos(\theta_{3} - \theta_{2})} \right] R_{a} \\ T_{3} = \left[\tan \gamma + \frac{\sin \theta_{2} \cdot \sin \theta_{3}}{\tan \theta_{1} \cdot \cos(\theta_{3} - \theta_{2})} \right] R_{a} \end{cases}$$
(4.42)

$$\begin{cases} C_1' = R_b \\ C_2' = \frac{1}{\tan \alpha} R_b; \\ C_3' = \frac{1}{\sin \beta} R_b \end{cases} \begin{cases} T_1' = \frac{1}{\sin \alpha} R_b \\ T_2' = \left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta}\right) R_b \end{cases}$$
(4.43)

Nelle procedure di verifica, la quantità di armature è già nota, di conseguenza per valutare la massima capacità portante di ciascuno dei due modelli occorre eguagliare lo sforzo di ciascuna asta alla propria resistenza e valutare quale giunge per prima al valore limite. Assumendo un comportamento plastico dei materiali fino a rottura si ha:

$$\begin{cases} C_i = b \cdot t_i \cdot v \cdot f_c \\ T_i = A_{s,i} \cdot f_y \end{cases}$$
(4.44)

Dove:

- *t_i* è lo spessore dell'i-esimo puntone;

ſ

- ν è il fattore di efficienza che tiene conto della trazione nella direzione ortogonale a quella del puntone;
- f_c è la resistenza cilindrica del calcestruzzo;
- *A_{s,i}* è l'area dell'i-esima armatura (o gruppo di armature);
- f_y è la resistenza allo snervamento dell'acciaio.

I parametri incogniti *n* ed *m*, da cui dipendono tutte le quantità viste prima, vanno ricercati con un algoritmo di ottimizzazione tale da massimizzare il carico applicabile sulla sella $R = R_a + R_b$ (Spinella & Messina, 2022).

Eventuali cavi di precompressione post-tesi, inclinati di δ rispetto all'orizzontale e aventi testata sul naso della sella, possono essere utilmente tenuti in conto dal momento che esercitano un effetto di sospensione P_y che aumenta la capacità portante della sella o, equivalentemente, riduce le forze agenti. Dal momento che il livello di tensione nel cavo nella regione della sella, avendo momento flettente nullo, è verosimile pensare che non subisca un significativo incremento, la tensione di precompressione agente sarà quella iniziale a cadute scontate $\sigma_{spi,t}$. Pertanto l'effetto di sospensione dell'i-esimo cavo sarà pari a:

$$P_{y,i} = \sigma_{spi,t\infty} A_{p,i} \sin \delta_i \tag{4.45}$$

5 CASI STUDIO : CAVALCAVIA A SCHEMA GERBER IN C.A.P.

Come già ampiamente discusso nei precedenti capitoli, in ossequio alla vigente norma in materia di gestione dei ponti esistenti è fatto obbligo ai concessionari di infrastrutture di eseguire censimento e ispezione di tutti i ponti esistenti, riservando valutazioni più approfondite solo a quelli che rientrano in una classe di attenzione alta.

Alcuni Enti Concessionari, in questi ultimi anni, avvalendosi del contributo delle Università hanno intrapreso studi su tipologie specifiche al fine di valutare la sicurezza strutturale nei confronti principalmente del traffico veicolare.

In questo senso il Consorzio per le Autostrade Siciliane (CAS) ha intrapreso lo studio su una tipologia ricorrente di cavalcavia.

In una prima fase furono scelte diciotto opere d'arte per le quali il CAS ha predisposto un'estesa campagna di indagini che consta di oltre 1300 prove (distruttive e non) sui calcestruzzi, 150 prelievi di spezzoni e successive prove a trazione, oltre a prove per la stima della profondità di carbonatazione, contenuto di cloruri, potenziale di corrosione, resistività elettrica del calcestruzzo e rilascio tensionale. Naturalmente le risultanze delle indagini diagnostiche sono servite al concessionario per condurre le verifiche di vulnerabilità secondo i protocolli della normativa vigente. Tuttavia, nell'ambito della convenzione di ricerca, tuttora in essere, tra il Dipartimento di Ingegneria dell'Università di Messina ed il CAS, i dati sperimentali sono stati messi a disposizione del Dipartimento unitamente ai disegni esecutivi col fine di predisporre protocolli atti alla valutazione della sicurezza strutturale su tale tipologia.

Questa tesi si propone di fornire una procedura di valutazione della sicurezza strutturale per questa specifica tipologia che non è ricorrente solo sui tratti in gestione al CAS ma anche in numerosi tratti della rete autostradale nazionale. È opportuno specificare che il presente lavoro di tesi non è e non vuole rappresentare in alcun modo una verifica di vulnerabilità in quanto le procedure sono state proposte in autonomia rispetto al quadro normativo vigente.

5.1 Descrizione dei manufatti

Dalla ricostruzione documentale degli esecutivi trasferiti allo scrivente si evince che i manufatti di che trattasi sono dei cavalcavia con impalcato a graticcio a schema Gerber che oltrepassano l'autostrada A20 Messina-Palermo situati tra i comuni di Rometta e Barcellona P.G. nella provincia di Messina.

Essi appartengono a due lotti di costruzione distinti: il primo, rappresentato in rosso in Figura 5.1, è denominato "Lotto 7" e comprende 7 cavalcavia (oltre ai vari rilevati, viadotti e gallerie) e fu realizzato dall'impresa "Cogeco"; l'altro, rappresentato in blu nella medesima figura, è denominato "Lotto 9" e comprende 11 cavalcavia (oltre al resto) e fu realizzato dall'impresa "Simoncini". Si riportano in Tabella 5.1 le chilometriche di ciascun lotto per le due direzioni di marcia.

Lotto	Direzione PA		Direzione ME	
	Inizio	Fine	Inizio	Fine
7	km 32+430	km 46+144	km 32+342	km 46+048
9	km 46+145	km 57+413	km 46+049	km 57+320

Abena off childheite at hillio e hile act dae fotti al costi allone acha filo;



Figura 5.1 - Localizzazione geografica dei due lotti: lotto 7 (in rosso), lotto 9 (in blu) (Fonte: Google Earth).

Tutti i cavalcavia presentano longitudinalmente il medesimo schema strutturale, cosiddetto *Niagara*, costituito da due impalcati laterali ciascuno dei quali appoggiato su una spalla ed una pila per una luce di 22,50 m e che presenta un tratto a sbalzo di 6,50 m terminante con una sella Gerber, e da un tratto centrale noto in letteratura come "trave tampone interna " che appoggia sulle selle dei due impalcati laterali con una luce di 31 m e che presenta a ciascuna estremità una sella complementare, formando così una cerniera interna che permette di lasciare una distanza complessiva di 44 m tra le due pile. Tale schema strutturale unisce i pregi dell'isostaticità (eventuali cedimenti vincolari non provocano alcuno stato sollecitativo aggiuntivo) a quelli dell'iperstaticità (sollecitazioni minori rispetto al caso di campate separate disposte in semplice appoggio tra le pile). In Figura 5.2 è mostrato il profilo longitudinale in foto e in uno stralcio dei disegni esecutivi originali.



Figura 5.2 - Profilo longitudinale dei cavalcavia.

Da una prima valutazione si evince che il rapporto tra la luce delle campate laterali (22,50 m) e quella della campata centrale (44 m) è circa pari a 0,5, situazione che potrebbe causare un sollevamento di appoggio sulle spalle. Per scongiurare tale circostanza, il progettista ha previsto l'utilizzo di una serie di cerniere *Mesnager* che vincolassero bilateralmente i traversi di testata – e dunque l'intero impalcato – al cuscino di spalla, pur senza impedire la fisiologica rotazione all'interfaccia tra i due elementi strutturali, come mostrato in Figura 5.3.

La differenza tra i vari cavalcavia sta nel numero di travi che compongono il graticcio, che varia da un minimo di tre ad un massimo di otto, e di conseguenza la larghezza dell'impalcato che va da un minimo di 6,50 m ad un massimo di 17 m, come sintetizzato in Tabella 5.2. La tipologia più ricorrente è quella dell'impalcato a 5 travi con 10 m di larghezza e 2,00 m di interesse tra le travi.



Figura 5.3 - Dettaglio costruttivo di vincolo sul cuscino di spalla.

Numero di travi	Larghezza [m]	Interasse [m]	Numero di manufatti
3	6,50	2,16	2
4	8,50	2,10	2
5	10,00	2,00	12
7	14,00	2,00	1
8	17,00	2,12	1

Tabella 5.2 - Riepilogo casistiche dei cavalcavia oggetto di studio.

La generica sezione trasversale dell'impalcato è costituita da un numero variabile di travi prefabbricate in cantiere in c.a.p. post-tese aventi sezione a doppio T ed altezza variabile linearmente dall'appoggio di spalla (130 cm) a quello di pila (170 cm) ed altezza costante nel resto della travata; completano l'impalcato 6 traversi rettangolari in c.a. gettati in opera (con base 20 cm e altezza variabile pari a quella della trave meno 15 cm) per le campate laterali e e 5 per quelle centrali, ed una soletta di 16 cm che, data la relativamente modesta quota rispetto al terreno, fu gettata con l'ausilio di casseformi lignee puntellate in luogo delle più classiche lastre prefabbricate (predalles).

Tanto le travi degli impalcati laterali quanto quelle del centrale presentano un ringrosso di sezione, che passa da doppio T a rettangolare per mezzo di un graduale allargamento in pianta, in gergo tecnico chiamato *coda di rondine*, sulle zone di estremità al fine di sostenere le notevoli forze generate dall'applicazione della precompressione. Nessun ringrosso o controsoletta è stato previsto nelle zone soggette a momento negativo (appoggio di pila), situazione che, come sarà chiarito dalle analisi numeriche descritte in seguito, può costituire un elemento di criticità dell'opera.

In Figura 5.4 è riportata la pianta delle campate laterale e centrale di un generico cavalcavia (a 4 travi), mentre in Figura 5.5 la sezione trasversale eseguita per metà sulla sezione di sella e per l'altra metà su una sezione corrente in campata. Per ciò che concerne le armature di precompressione, le travi laterali dispongono di 4 cavi ad andamento parabolico ciascuno costituito da 32 fili da 7 mm di diametro ad eccezione del "cavo 4" che invece ne presenta 42, come mostrato in Figura 5.6.





(b)


Figura 5.5 - Sezione trasversale di un impalcato a 4 travi sulla sella e in campata.



Figura 5.6 - Andamento dei cavi di precompressione per la trave laterale e per la tampone.

Osservando il tracciato dei cavi nella zona di appoggio sulla pila, si può notare come tutti i cavi ad eccezione del "cavo 1" vadano a precomprimere anche la soletta con il fine di aumentare il più possibile il braccio della coppia interna. Tale circostanza suggerisce che il "cavo 1" fosse stato tesato ed iniettato a terra e servisse, una volta portate le travi in quota, a sostenere il peso proprio. Prima del varo delle travi, i restanti cavi venivano infilati nei condotti e, nella zona con percorso esterno alle travi stesse, appoggiati su degli appositi reggicavi. Il getto della soletta completava la trave per mezzo delle staffe che fungevano da connettori e dopo la completa maturazione si procedeva al tiro dei cavi rimanenti. È da notare come il "cavo 4" non segua il diagramma dei momenti in maniera pedissequa, probabilmente per ridurre l'eccentricità del cavo risultante nella sezione di mezzeria della campata laterale ed evitare fessurazioni in soletta dovute all'eccessiva precompressione.

La trave tampone presenta invece soltanto 3 cavi, tutti da 32 fili da 7 mm con andamento parabolico che è perfettamente isomorfo al diagramma dei momenti di una trave appoggiata. Si nota che la zona della sella non presenta alcun varco per poter inserire un martinetto; pertanto, si può certamente affermare che ciascuna trave sia stata precompressa prima del varo e quindi in assenza di soletta.

Un particolare focus va riservato alla sella Gerber, dal momento che si tratta di un elemento molto delicato e di difficile ispezione. Nel caso in esame, la zona a cavallo della sella presenta un ringrosso di sezione e una coda di rondine di raccordo, al fine di sostenere al meglio le forti sollecitazioni taglianti che vi insistono. La larghezza della sella è di 70 cm ed un'altezza delle due parti di 80 cm ciascuna. Ciascuna trave possiede una propria sella, pertanto questa non risulta essere continua su un unico traverso a L, ma vi sono due traversi separati, uno appartenente alla trave laterale, l'altro appartenente alla trave tampone. Come mostrato in Figura 5.7a, è presente un elevato quantitativo di armatura ordinaria, in particolare 6 φ 24 come armatura orizzontale sotto l'appoggio, 4 φ 24 come armature diagonali, 2 φ 24 come sospensori verticali, 4 φ 14 come armature di soletta, oltre a staffe φ 14 a 4 braccia con passo di 15 cm ed altre armature orizzontali di parete φ 14. Per maggior contezza si riporta in Figura 5.7b il dettaglio delle armature di precompressione nella zona della sella.



Figura 5.7 - Armatura lenta sella Gerber.

Le pile, realizzate in c.a. e fondate su pali, sono talune del tipo a telaio, altre del tipo a lama con la sezione che va progressivamente a rastremarsi al crescere della lunghezza dell'elemento, per un'altezza complessiva di circa 7 m. Nel caso delle pile a lama non esiste un vero e proprio pulvino, mentre per le pile a telaio il pulvino è di fatto la trave che collega le teste delle singole colonne e che chiude il telaio. In entrambi i casi però non esistono dei baggioli, pertanto gli appoggi delle travi (in neoprene) scaricano direttamente sulla testa della pila. Tra i bulbi inferiori delle varie travi vi sono dei piccoli prismi in calcestruzzo che fungono da ritegno sismico trasversale.

Le spalle, anch'esse in c.a. e fondate su pali, sono del tipo a mensola con uno spessore di circa 1,50 m di suola, una base di 5,00 m ed un'altezza del fusto di 5,00 m. In testa al muro paraghiaia è prevista una soletta di transizione che ha il compito di consentire un graduale cambiamento di rigidezza dagli elementi in c.a. al rilevato che sta a tergo della spalla. Anche in questo caso non sono previsti specifici baggioli, dunque gli appoggi in neoprene sono direttamente sostenuti dal cuscino di spalla.

5.2 Indagini di caratterizzazione dei materiali e dello stato di degrado

Dal momento che il tracciato dell'autostrada Messina-Palermo, come sempre avviene per lavori così grandi, fu suddiviso per lotti, appaltati separatamente ad un'impresa per ciascuno, considerato che ogni impresa realizza una sola centrale di betonaggio con la quale produce tutto il calcestruzzo necessario è apparso sensato raggruppare i dati dei 18 cavalcavia nei due lotti che la costituiscono (Lotto 7 e Lotto 9), avendo cura di distinguere i calcestruzzi di travi, solette/traversi, pile e spalle. Analogo discorso vale per le armature d'acciaio che si può ritenere provengano dalla stessa industria siderurgica, stante il fatto che il mix design del calcestruzzo che le ricopre è, per ciascun lotto, il medesimo, circostanza che le rende confrontabili in termini di durabilità. Il confronto dei risultati tra manufatti dello stesso lotto ha testimoniato la omogeneità dei dati i quali pertanto sono stati unificati.

È opportuno specificare che tutti i campioni di acciaio prelevati si riferiscono alle sole armature lente delle pile e delle spalle, al fine di minimizzare il disturbo arrecato agli elementi precompressi, ossia le travi. Poiché le condizioni ambientali delle armature delle pile e delle spalle si possono ritenere approssimativamente le medesime di quelle delle staffe delle travi e poiché dall'esame dei disegni esecutivi non si evince alcuna scelta diversa relativamente all'impiego di acciai delle pile, delle spalle e degli impalcati, i risultati provenienti dalla campagna di indagine verranno utilizzate per le analisi dell'impalcato. Per questo motivo, sebbene il presente lavoro riguardi esclusivamente gli impalcati, i risultati delle indagini sui calcestruzzi di pile e spalle vengono comunque riportati per avere un quadro più completo ed esaltare le analogie e le differenze tra i due lotti.

5.2.1 Prove sui calcestruzzi

Numerosissime sono le prove, distruttive e non, eseguite sui calcestruzzi di tutte le parti strutturali dei manufatti. Com'è noto, ciascuna parte strutturale viene gettata con un calcestruzzo diverso, a seconda delle sollecitazioni a cui essa è sottoposta. Ad esempio, gli elementi precompressi necessitano di conglomerati particolarmente performanti a causa delle enormi tensioni generate dalla tesatura dalle armature di presollecitazione. Elementi come traversi e solette, nella generalità dei casi, sono in c.a. e gettati in opera e pertanto è molto frequente riscontrare resistenze più basse di quelle delle travi. Analogo discorso vale anche per le pile e le spalle che, complice una normativa che non stimava con esattezza l'entità delle forze sismiche in gioco e non teneva in alcun modo conto delle condizioni ambientali, non richiedeva l'utilizzo di calcestruzzi di particolari prestazioni. Per questo motivo le indagini sono state eseguite separatamente su ciascuna parte strutturale e poi analizzate statisticamente. Per ciò che concerne la caratterizzazione della resistenza meccanica sono adottate tre diverse metodologie di prova: carotaggi e prova a compressione, SonReb e Pull-Out.

In Tabella 5.3 è riassunta la numerosità di ciascuna prova. Per semplicità di esposizione, i valori mostrati sono stati compattati a livello di lotto piuttosto che di singolo cavalcavia.

Elemento	Carotaggi		SonReb		Pull-Out		Totale	
struttu- rale	Lotto 7	Lotto 9	Lotto 7	Lotto 9	Lotto 7	Lotto 9	Lotto 7	Lotto 9
Travi	61	99	47	76	43	80	151	255
Traversi - Solette	16	21	28	52	43	56	87	129
Pile - Spalle	51	85	98	177	95	166	244	428

Tabella 5.3 - Numerosità indagini per la caratterizzazione meccanica dei calcestruzzi.

Coerentemente con quanto già esposto al Par. 2.8.1.1, le resistenze ottenute dalla prova a compressione delle carote sono state moltiplicate per i fattori correttivi. Le carote di solette, traversi, pile e spalle hanno diametro D pari a 100 mm mentre quelle delle travi pari a 75 mm per minimizzare il danno arrecato all'elemento precompresso. In tutti i casi, il rapporto h/Dè pari a 2.

I risultati ottenuti, per ciascuno dei due lotti, sono stati analizzati statisticamente e quindi sono state considerate due possibili curve densità di probabilità (PDF) usualmente impiegate per il calcestruzzo, la Log-Normale e la Weibull, per adattarle agli istogrammi delle resistenze sperimentali, differenziando i risultati di travi, traversi e pile. I dati salienti sono stati sintetizzati in Tabella 5.4 e Tabella 5.5.



Figura 5.8 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle **travi del Lotto 7** : carotaggi (a), SonReb (b), Pull-out (c), complessivi (d).



Figura 5.9 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle solette e dei traversi del Lotto 7 : carotaggi (a), SonReb (b), Pull-out (c), complessivi (d).



Figura 5.10 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle pile del Lotto 7: carotaggi (a), SonReb (b), Pull-out (c), complessivi (d).



Figura 5.11 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle **travi del Lotto 9**: carotaggi (a), SonReb (b), Pull-out (c), complessivi (d).



Figura 5.12 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle **solette** e dei **traversi del Lotto 9** : carotaggi (a), Son-Reb (b), Pull-out (c), complessivi (d).



Figura 5.13 - Funzioni densità di probabilità dei calcestruzzi delle **pile Lotto 9**: carotaggi (a), SonReb (b), Pull-out (c), complessivi (d).

		Carotaggi	SonReb	Pull-out	Complessivi
Travi	μ	25,5	29,6	27,3	27,3
	σ	5,41	3,14	4,06	4,19
Traversi e Solette	μ	17,7	17,8	13,2	15,4
	σ	4,75	4,67	2,98	4,29
Pile e Spalle	μ	20,5	12,0	10,7	13,3
	σ	4,60	3,05	4,69	5,46

Tabella 5.4 - Indici statistici per i calcestruzzi del Lotto 7 (valori in MPa).

		Carotaggi	SonReb	Pull-out	Complessivi
Treesi	μ	28,9	34,8	29,8	30,9
IIdVI	σ	6,43	4,73	3,52	5,27
Traversi e Solette	μ	25,3	25,0	21,9	23,7
	σ	5,11	4,59	3,07	4,54
Pile e	μ	28,4	22,8	22,3	23,6
Spalle	σ	4,05	4,26	3,49	4,54

Tabella 5.5 - Indici statistici per i calcestruzzi del Lotto 9 (valori in MPa).

Dall'osservazione dei grafici e dei valori riportati nelle tabelle, si evince che nel complesso la modalità di indagine non inficia il risultato finale in termini di valor medio e deviazione standard, a dimostrazione della bontà delle tecniche di indagine non distruttive.

Un altro punto che vale la pena mettere a fuoco è la diversa resistenza del calcestruzzo delle travi al cospetto di quello di solette e pile, com'era logico attendersi. Le travi infatti, essendo precompresse, necessitano di calcestruzzi più performanti. Particolarmente carenti risultano i calcestruzzi delle pile, verosimilmente progettate per resistere ai carichi verticali e a bassissime aliquote di azioni orizzontali così come suggerito dalla norma dell'epoca.

Infine, l'aspetto probabilmente più evidente del confronto tra i risultati è la differenza sostanziale in termini di resistenza tra i due lotti a parità di elemento strutturale. Le resistenze delle travi (in c.a.p.) risultano grosso modo paragonabili, con il Lotto 7 che registra un 11% in meno rispetto al Lotto 9. Tuttavia, i due lotti presentano resistenze degli elementi in c.a. molto diverse, con il Lotto 7 che fa registrare un 35% in meno del Lotto 9 per quanto riguarda il calcestruzzo di traversi e solette e addirittura un 43% in meno per quanto riguarda il calcestruzzo delle pile. Tale circostanza dimostra inequivocabilmente che per il Lotto 7 sono stati impiegati calcestruzzi dalle prestazioni più scarse e/o una minore cura in fase di getto. La bontà dell'adattamento è stata poi verificata con il test del Chiquadrato al fine di scegliere la migliore funzione densità di probabilità da impiegare nelle analisi di cui al prossimo capitolo. Dai risultati, omessi in questa sede per non appesantire la trattazione, emerge che, eccezion fatta per le pile del Lotto 9, la Log-Normale risponde meglio al fitting della distribuzione reale. Per questo motivo le analisi di cui al prossimo capitolo saranno condotte a partire da tale funzione di densità di probabilità.

Per ciò che concerne la valutazione dello stato di degrado sono state eseguite prove per la valutazione della profondità di carbonatazione, contenuto di cloruri, resistività elettrica del calcestruzzo e rilascio tensionale.

La profondità di carbonatazione è stata indagata secondo la metodologia descritta al Cap. 2 e sono relative alle sole travi in c.a.p. in quanto le analisi successive sono riferite ad esse. Escludendo nel novero gli eventuali outliers, i dati totali analizzati sono 42 per il Lotto 7 e 71 per il Lotto 9. I risultati sono mostrati in Figura 5.14.



Figura 5.14 - Istogramma e possibili pdf della profondità di carbonatazione: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Come si può intuire dalla semplice osservazione dei diagrammi, per nessuno dei due lotti i dati sperimentali si distribuiscono in maniera conforme ad una possibile funzione densità di probabilità, pertanto uno studio probabilistico della corrosione, sebbene auspicato, non è operativamente realizzabile. Tuttavia, tenuto conto della intrinseca variabilità del calcestruzzo nei confronti della carbonatazione causata da molteplici fattori locali quali la percolazione d'acqua, la diversa esposizione, ecc., si osserva che non vi sono valori troppo bassi né troppo alti, circostanza che suggerisce l'opportunità di adottare nelle analisi i semplici valori medi, pari a 23,6 cm e 20,5 cm rispettivamente per il Lotto 7 ed il Lotto 9. Si fa presente che tali valori si riferiscono ad un tempo *t* pari a 53 anni.

Per ciò che concerne il contenuto di cloruri, questo è stato ottenuto prelevando e disgregando un piccolo campione di calcestruzzo a due profondità diverse, 0-1 cm e 5-6 cm, in modo da ricostruire un eventuale profilo della profondità di diffusione. I campioni sono stati poi sottoposti ad analisi chimiche per la valutazione del contenuto di cloruri in percentuale rispetto al peso di calcestruzzo ed il risultato ottenuto è stato trasformato in percentuale rispetto al peso di cemento, secondo quanto spiegato nel Capitolo 2. Al fine di ridurre al minimo l'invasività sulla struttura, i prelievi di calcestruzzo per tali analisi sono stati eseguiti solo su pile e spalle ma si ritiene che i risultati possano essere rappresentativi anche del contenuto di cloruri delle travi, o che comunque ne possano caratterizzare un limite superiore, essendo il calcestruzzo delle travi di qualità superiore.

I report del laboratorio chimico hanno evidenziato che non vi sono differenze di contenuto alle due profondità considerate, segno evidente che non è in corso un processo diffusivo, bensì si tratta verosimilmente di una contaminazione iniziale del conglomerato cementizio. Ciononostante, come mostrato in Figura 5.15, il contenuto medio è al di sotto delle soglie critiche di cui al Capitolo 2 ed inoltre i dati raccolti (45 per il Lotto 7 e 75 per il Lotto 9) presentano una variabilità piuttosto bassa per entrambi i lotti (CoV = 5-6%).

Tali circostanze, unitamente alle ispezioni visive condotte al momento del prelievo degli spezzoni di armatura, permettono di escludere con una certa sicurezza la presenza di pitting, giustificando l'adozione di una corrosione uniforme nelle simulazioni esposte nel seguito.



Figura 5.15 - Contenuto di cloruri in peso di cemento: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Per la valutazione della resistività elettrica del calcestruzzo, le misure sono state effettuate sulle due travi di bordo su un'area di 120x80 cm² con 12 punti di battuta per ciascuna trave. I risultati a livello di singola opera risultano più o meno omogenei (CoV < 15%) ma se confrontati con il resto del lotto si disperdono significativamente. Ad ogni modo i valori medi (da non confondere con le mode) delle distribuzioni maggiormente rispondenti si attestano sui 112 k Ω ·cm per ambo i lotti che, alla luce della Tabella 2.2, corrispondono a un rischio basso di corrosione. In Figura 5.16 sono riportati i risultati.



Figura 5.16 - Resistività elettrica del calcestruzzo: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

5.2.2 Indagini sugli acciai ordinari

Quanto detto per la suddivisione in lotti per le resistenze del calcestruzzo può essere applicato anche per quelle dell'acciaio con il fine di disporre di una popolazione più vasta e rendere più affidabili le inferenze statistiche che ne derivano. Infatti appare verosimile che per ciascuna impresa appaltatrice i fornitori fossero stati omogenei.

Tutti i 138 campioni di barra prelevati (62 per il Lotto 7, 76 per il Lotto 9) sono del tipo ad aderenza migliorata e risultano visivamente ossidate ma senza particolari effetti di riduzione locale di sezione, circostanza che, unitamente alle analisi del contenuto dei cloruri nel calcestruzzo, può verosimilmente escludere la presenza di corrosione per pitting e far propendere per una uniforme.

Per quantificare l'effetto di quest'ultima, si richiamano le formule già viste al Par. 2.6. In particolare per ciascuno spezzone la riduzione in massa media è stata valutata secondo l'Eq. (2.16). Applicando la formula a tutti gli spezzoni si ottiene la situazione mostrata in Figura 5.17 dalla quale si evince la ridotta corrosione delle barre di armatura per ambo i lotti e che può essere quantificata, mediamente, in 4,2% e 1,8% rispettivamente per il Lotto 7 e per il Lotto 9. Tenendo conto che il ricoprimento medio delle staffe è risultato da indagini pacometriche pari a 15 mm, alla luce dei dati analizzati è possibile calcolare il CR medio secondo la (2.22) e la (2.23). I risultati maggiormente significativi quali la profondità di carbonatazione x_{co2} , il tempo di innesco e di propagazione, la perdita in massa attuale delle armature $\eta(\bar{t})$ ed il CR (espresso sia in termini di velocità che di densità di corrente) sono riassunti in Tabella 5.6.

	x _{co2} [mm]	t _{inn.} [anni]	t _{prop.} [anni]	η(τ) []	V _{corr} [µm/anno]	I _{corr} [μA/cm ²]
Lotto 7	23,6	21,4	31,6	4,2 %	4,4	0,38
Lotto 9	20,5	28,2	24,8	1,8 %	2,5	0,22

 Tabella 5.6
 - Riepilogo dei risultati delle analisi di corrosione.



Figura 5.17 - Distribuzione delle riduzioni in massa η : Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Supponendo che il CR si mantenga costante nel tempo e cioè che il calcestruzzo delle le travi non presenti aperture di fessura tali da annullare l'aderenza con le armature o che si abbia espulsione del copriferro, è possibile fare una stima predittiva della perdita in massa al generico tempo t, secondo la formula (2.27), come mostrato in Figura 5.18. In particolare, per un diametro iniziale da 12 mm e per t= 100 anni le riduzioni η saranno pari al 11,2% e al 5,9% rispettivamente per il Lotto 7 ed il Lotto 9 mentre per un diametro di 8 mm, le riduzioni toccheranno il 16,5% ed l'8,8% per i due lotti.



Figura 5.18 - Andamento della riduzione in massa nel tempo per un diametro iniziale di 12 mm (a), 8 mm (b).

Subito dopo le analisi gravimetriche, i campioni sono stati sottoposti a prova di trazione ed è stato registrato in primo luogo il carico di snervamento che, diviso per l'area effettiva della barra equipesante, ha fornito la *yield effective stress*. Sono stati registrati inoltre il carico ultimo, che diviso per l'area della sezione a strizione avvenuta ha fornito la tensione ultima f_t e la deformazione a rottura A_{gt} . I risultati sono sinteticamente riassunti in Tabella 5.7 e dettagliati maggiormente nelle figure che seguono.

		$f_y (\eta < 4\%)$	$\mathbf{f}_{\mathbf{y}}$	$\mathbf{f_t}$	A _{gt} []
Lotto 7	μ	425	421	597	6,4%
	σ	66	75	105	3,2%
Lotto 9	μ	459	451	639	8,2%
	σ	50	51	83	1,7%

Tabella 5.7 - Indici statistici per gli acciai dei Lotti 7 e 9 (ove non specificato, valori in MPa).



Figura 5.19 - Distribuzioni delle tensioni di snervamento delle barre d'armatura: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Dai risultati riportati in Figura 5.19 emerge che, sebbene i valori medi siano più o meno simili, le dispersioni sono sensibilmente differenti con un CoV del 18% per il Lotto 7 contro l'appena 11% del Lotto 9. Volendo approfondire tale aspetto, si è ritenuto utile isolare i risultati degli acciai aventi corrosione nulla da quelli con corrosione superiore al 4%. In tal modo è possibile capire se la maggior dispersione del Lotto 7 sul Lotto 9 può essere imputata alla eventuale maggiore corrosione o alla scarsa qualità del calcestruzzo che le protegge.



Figura 5.20 - Distribuzione delle tensioni di snervamento Lotto 7: $\eta \ge 4\%$ (a); $\eta < 4\%$ (b).

I risultati mostrati in Figura 5.20 rivelano che le differenze tra le due distribuzioni siano poco apprezzabili sia a livello di valor medio che di deviazione standard. Alla luce di ciò, è molto probabile che tali deficienze non siano ascrivibili a fenomeni di corrosione bensì ad una scarsa qualità dei materiali arrivati in cantiere, circostanza possibile per l'epoca di costruzione dei manufatti. Meno evidente è la differenza di dispersione per le tensioni di rottura, le quali registrano CoV di 18% e 13% rispettivamente per il Lotto 7 ed il Lotto 9, come mostrato in Figura 5.21.



Figura 5.21 – Distribuzione delle tensioni di rottura Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Per quanto riguarda gli allungamenti a rottura si ha una fortissima aleatorietà nei campioni del Lotto 7, con un numero consistente di spezzoni al di sotto del 4%. Ancora una volta la situazione è nettamente migliore nei campioni del Lotto 9, i quali presentano una distribuzione conforme a quanto ci si attende per degli acciai da c.a.



Figura 5.22 - Allungamenti a rottura: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Tuttavia anche separando il contributo dei campioni avente corrosione inferiore al 4% dai restanti, le distribuzioni rimangono simili a quelli precedenti, a riprova del fatto che non è la corrosione ad aver modificato le proprietà meccaniche delle barre d'armatura.



Figura 5.23 - Allungamenti a rottura del Lotto 7: $\eta \ge 4\%$ (a); $\eta < 4\%$ (b).

Un altro modo di rappresentare i risultati appena visti è quello di disporre in un diagramma a dispersione (anche detto *scatter*) i punti aventi come ascissa la perdita in massa η e in ordinata la tensione di snervamento (Figura 5.24a) o l'allungamento a rottura (Figura 5.24b). In questo modo l'eventuale effetto della corrosione sulle due caratteristiche meccaniche è valutabile direttamente.



Figura 5.24 - Diagramma a dispersione della tensione di snervamento (a) e dell'allungamento a rottura (b) in funzione della perdita in massa.

I risultati del Lotto 7 risultano molto più dispersi di quelli del Lotto 9 e non vi è un chiaro effetto della corrosione sulle due caratteristiche meccaniche considerate. Infatti, anche per valori bassi o nulli di η , vi sono campioni con valori bassi di f_y o A_{gt} .

Si può dire però che, anche alla luce dei risultati delle indagini sui relativi calcestruzzi, il maggior tasso di corrosione medio del Lotto 7 potrebbe essere ascrivibile al cattivo confezionamento del calcestruzzo (ad es. eccessivo rapporto a/c, vibratura non idonea, ecc.), posto che le condizioni ambientali dei due lotti sono pressocché simili.

5.2.3 Indagini sugli acciai da precompressione

Per ciò che concerne gli acciai da precompressione non si è proceduto all'esecuzione di prelievi di spezzoni in quanto questo avrebbe danneggiato pesantemente le travi e condizionato la loro capacità portante. I parametri meccanici sono stati desunti da prove a trazione su fili di precompressione prelevati da un impalcato coevo dismesso ed appartenente al medesimo tratto autostradale (Giglio et al., 2023). La resistenza media a trazione risulta pari a 1800 MPa ma, dato l'esiguo numero di campioni, non è stato possibile costruire una PDF ad hoc. Tale valore è comunque in linea con quanto previsto nel progetto, dal quale risulta un valore di tensione di rottura caratteristica pari a 1700 MPa.

Comunque alcune ispezioni dirette consistenti nell'apertura di finestre nelle guaine e le prove endoscopiche successive, fanno propendere per un buon intasamento dei condotti e una rassicurante assenza di corrosione. L'assenza di corrosione è peraltro confermata dalle risultanze delle prove di rilascio tensionale.

5.2.4 Prove di rilascio tensionale

Coerentemente con quanto spiegato al Par. 2.7.6, per ciascuna opera sono state calcolate le tensioni principali con il metodo del tronco di piramide, in particolare quella di compressione, al fine di confrontarla con quella teorica ottenuta dalla formula di Navier. Nel dettaglio, avendo avuto la cura di eseguire la prova all'incirca all'altezza della fibra baricentrica, la tensione teorica sarà data esclusivamente dal rapporto $\Sigma N/\Sigma A$. Il simbolo di sommatoria si rende necessario dal momento che il cavo 1 precomprime soltanto la trave mentre i restanti anche la soletta. Lo sforzo normale è stato considerato a partire dalla tensione di precompressione iniziale teorica σ_{spi} divisa per il coefficiente β che tiene conto delle perdite e delle cadute di tensione, valutato forfettariamente pari a 1,30.

I risultati mostrati in Tabella 5.8 evidenziano che, pur con tutte le incertezze correlate alla misurazione delle deformazioni durante la fase di rilascio, le tensioni ad esse associate risultano non minori di quelle teoriche. Tale circostanza, in maniera indiretta, permette di affermare che le forze di precompressione in gioco siano in linea con quanto atteso e che, verosimilmente, allo stato attuale possa essere escluso un allentamento della tensione di precompressione per causa di effetti reologici sottostimati o fenomeni di corrosione nei cavi di precompressione.

 Tabella 5.8
 - Confronto tra le tensioni principali di compressioni sperimentali e teoriche.

	σ _{1,sper.} [MPa]	σ _{1,teorica} [MPa]	Errore
Lotto 7	10,56	7,86	+34%
Lotto 9	8,50	7,86	+8%

5.3 Calcolo sollecitazioni agenti

5.3.1 Peso proprio

Data la modesta aleatorietà del peso proprio (g_1) a fronte dei carichi complessivi che gravano sull'impalcato, si è deciso di assumerlo come grandezza deterministica, calcolandolo con una semplice analisi dei carichi (valore caratteristico). Si ricorda che, con riferimento all'impalcato, rientrano nel novero dei carichi permanenti strutturali il solo peso delle travi, dei traversi e della soletta.

Nel dettaglio, avendo le travi degli impalcati laterali un'altezza linearmente crescente da spalla (130 cm) a pila (170 cm), il suo peso proprio, per evitare inutili complicazioni, è stato assunto come carico uniformemente distribuito medio, a fronte di un errore nei riguardi delle sollecitazioni flettenti e taglianti dell'ordine dell'1%. Il resto dell'impalcato laterale, costituito dalle due mensole, e l'impalcato tampone centrale, possiedono un'altezza costante che determina un carico uniforme. Leggere variazioni, comunque, sono possibili tra una tipologia di impalcato e l'altra a causa del diverso interasse tra le travi come già mostrato in precedenza. Capitolo 5

In Tabella 5.9 si riporta il dettaglio del peso proprio per ciascuna casistica e subito a seguire i diagrammi di momento flettente e taglio per solo peso proprio.

Numero di travi	w [m]	i [m]	g1,laterale [kN/m]	g1,centrale [kN/m]
3	6,50	2,16	20,52	21,52
4	8,50	2,10	20,28	21,28
5	10,00	2,00	19,88	20,88
7	14,00	2,00	19,88	20,88
8	17,00	2,12	20,36	21,36

 Tabella 5.9 - Carico permanente strutturale per ciascuna tipologia di impalcato.









5.3.2 Carichi permanenti non strutturali

Al fine di considerare le possibili variazioni dovute allo spessore della pavimentazione (o al peso delle barriere), a valle dell'analisi dei carichi è stato considerato sulla singola trave un carico permanente non strutturale (g_2) con legge aleatoria adottando una distribuzione Gaussiana avente media pari a 6,08 (corrispondente ad uno spessore di 12 cm), con un 6,5% di CoV corrispondente ad una variazione di ±1/3 sullo spessore medio della pavimentazione.

Nel dettaglio, rientrano in tale categoria di carico il peso dello strato di binder e usura, delle barriere (1 kN/m per ciascuna), dei parapetti (0,5 kN/m per ciascuno), dei cordoli e dei marciapiedi. Tali carichi sono stati divisi equamente su ciascuna trave e considerati come carichi uniformemente distribuiti.

Si riporta di seguito il diagramma dei momenti e del taglio per il valore medio e, per maggiore comprensione, quelli relativi al valore minimo $(\mu-3\sigma)$ e massimo $(\mu+3\sigma)$.



Figura 5.27 - Diagramma dei momenti per carichi permanenti non strutturali (g2).



Figura 5.28 - Diagramma del taglio per carichi permanenti non strutturali (g2).

5.3.3 Carichi da traffico

Come già discusso, i carichi variabili da traffico sono stati considerati secondo i modelli degli attuali codici normativi nazionali e internazionali (EN 1991-2:2003; Norme Tecniche per le Costruzioni, 2018).

Nel dettaglio si fa riferimento al cosiddetto "schema di carico 1", che prevede delle colonne di carico di lunghezza indefinita e larghezza pari a 3 m la cui intensità è pari a 9 kN/m² per la prima corsia e 2,5 kN/m² per le successive, oltre a dei carichi concentrati disposti in tandem per le prime 3 corsie, ed eventuali aree rimanenti, come mostrato in Figura 5.29.

I carichi appena descritti vanno contestualizzati in uno scenario più ampio che prevede la combinazione dei precedenti con un carico uniforme sui marciapiedi di 2,5 kN/m². Tale scenario è quello previsto per le verifiche globali dell'impalcato.

Il posizionamento delle corsie convenzionali e la loro numerosità vanno scelti dal tecnico in funzione della linea di influenza trasversale, che nel caso di validità delle ipotesi di Courbon-Albenga coincide con il diagramma dei coefficienti di ripartizione.



Figura 5.29 - Schema di carico 1 [Figura tratta da (NTC 2018)].

L'entità del carico, e quindi delle sollecitazioni che ne derivano, sono scalate per il moltiplicatore α meglio descritto al successivo Par. 5.5.1.

Considerata la geometria degli impalcati di che trattasi e la numerosità dei traversi, si ritiene che il miglior metodo di ripartizione trasversale dei carichi, inteso come compromesso tra accuratezza dei risultati (intesi in termini di sollecitazioni) ed economia degli oneri computazionali, sia quello di Courbon-Albenga già illustrato al Par. 3.3.1. Le incertezze epistemiche ad esso associate, nel caso di nervature aventi rigidezza torsionale trascurabile, risultano infatti generalmente contenute e comunque dal lato della sicurezza (Petrangeli, 1996), sebbene una valutazione numerica del grado di incertezza sia possibile solo a seguito di un confronto in termini di deformabilità tra i modelli teorici ed i risultati di prove di carico realmente eseguite sui manufatti.

A titolo di esempio, per il caso di impalcato a 5 travi, i carichi sono stati disposti come illustrato in Figura 5.30.



Figura 5.30 - Disposizione dei carichi variabili da traffico per lo scenario di sfollamento su un impalcato a 5 travi.

Applicando il metodo di ripartizione succitato, la trave di riva avrà un carico distribuito equivalente di 13,38 kN/m e due carichi concentrati da 152,5 kN (vedi Tabella 5.10). La ripartizione è stata eseguita per tutte le larghezze di impalcato ed i risultati sono stati sintetizzati in Tabella 5.11.

Tabella 5.10 - Ripartizione dei carichi sulla trave di riva con il metodo di Courbon-Albenga per un impalcato a 5 travi.

	x _j [m]	r _{1j} []	q [kN/m²]	Q [kN]	q∙r _{ij} [kN/m]	Q∙r _{ij} [kN]
Folla	-4,35	0,635	2,5	0	1,27	0
Corsia 1	-2,25	0,425	9	300	11,48	127,5
Corsia 2	0,75	0,125	2,5	200	0,94	25,0
Area rim.	-0,125	0,000	2,5	0	0,00	0
					13,68	152,5

 Tabella 5.11 - Carichi distribuiti e concentrati ripartiti sulla trave di riva dei casi studio.

Numero di travi	w [m]	Σq·r _{ij} [kN/m]	ΣQ·r _{ij} [kN]
3	6,50	14,00	134,7
4	8,50	14,33	146,4
5	10,00	13,68	152,5
7	14,00	12,91	158,0
8	17,00	13,30	163,4

5.3.3.1 Sollecitazioni flettenti

I carichi suindicati sono stati disposti sulla trave di riva in funzione della linea di influenza della caratteristica di sollecitazione prescelta in una specifica sezione tracciabile con uno dei metodi descritti al Par. 3.2. Con riguardo alla caratteristica momento flettente, le sezioni di interesse sono: la mezzeria della campata laterale (Figura 5.31a), il punto di appoggio sulla pila (Figura 5.31b) e la mezzeria della trave tampone (Figura 5.31c).



Figura 5.31 - Linea di influenza del momento flettente: sezione di mezzeria della campata laterale (a), sezione di appoggio sulla pila (b), sezione di mezzeria della trave tampone (c).

L'andamento dei diagrammi evidenzia in maniera immediata le zone ed i punti ove posizionare i carichi distribuiti e concentrati. Ma l'utilità delle linee di influenza è anche quella di fornire analiticamente i valori della caratteristica di sollecitazione moltiplicando il carico concentrato per il valore della linea di influenza nella medesima sezione ed il carico distribuito per l'area del diagramma al di sotto della stesa di carico.

A partire da semplici considerazioni geometriche sui tre diagrammi precedenti, è possibile scrivere le leggi del momento flettente per un generico valore dell'ascissa *z*, ottenendo l'inviluppo mostrato in Figura 5.32.



Figura 5.32 - Inviluppo dei diagrammi dei momenti per carichi variabili da traffico sulla trave di riva per impalcato a 5 travi.

Per maggiore contezza del contributo di ciascun carico, si riportano in un unico grafico i 3 diagrammi dei momenti.



Figura 5.33 - Diagrammi dei momenti complessivi per g₁, g₂ e q sulla trave di riva per impalcato a 5 travi.

5.3.3.2 Sollecitazioni taglianti

In maniera del tutto analoga è possibile tracciare i diagrammi delle linee di influenza del taglio (Figura 5.34) e successivamente scrivere le equazioni per una ascissa generica, ottenendo l'inviluppo dei diagrammi del taglio per carichi da traffico (Figura 5.35). Anche in questo caso si riportano i tre contributi in un unico diagramma per maggiore comprensione (Figura 5.36).



Figura 5.34 - Linea di influenza del taglio: sezione di appoggio sulla spalla (a), sezione di appoggio sulla pila (b), sezione su sella Gerber (c).



Figura 5.35 - Inviluppo dei diagrammi del taglio per carichi variabili da traffico sulla trave di riva per impalcato a 5 travi.



Figura 5.36 - Diagrammi del taglio complessivi per g₁, g₂ e q sulla trave di riva per impalcato a 5 travi.

5.4 Calcolo capacità allo SLU

La struttura di calcolo delle sollecitazioni resistenti è quella già descritta al Cap. 4. Data la natura aleatoria dei dati di input, non è possibile riportare dei valori di resistenza deterministici. I risultati ottenuti infatti sono dati come input delle successive analisi di fragilità. In questa sede si darà pertanto solo una descrizione delle tipologie di verifica nei riguardi delle sollecitazioni nelle seguenti sezioni significative (Figura 5.37):

- il taglio nella regione dell'appoggio sulla spalla (V_A);
- il taglio nella regione di appoggio sulla pila (V_B);
- il taglio nella regione della sella Gerber (V_C);
- il momento flettente positivo e negativo nella campata laterale (M⁺_{AB}, M⁻_{AB});
- il momento flettente negativo sull'appoggio di pila (M⁻B);
- il momento flettente positivo in campata centrale (M⁺_{CD}).



Figura 5.37 - Sezioni di verifica a momento flettente (a) e taglio (b).

Per quel che concerne la verifica a taglio sulla spalla (V_A), è stato stimato che, l'impiego di un modello classico per regioni fessurate a flessione (cfr. Par. 4.1.2) porta ad una poco realistica valutazione del taglio resistente. Per questo motivo le analisi sono state condotte distinguendo il caso di regione fessurata da quella non fessurata valutando preventivamente la deformazione delle fibre intradossali. Nel caso di sezione interamente compressa si è applicato l'approccio delle regioni non fessurate (Eq. (4.31)), nel caso di sezione parzializzata invece quello delle regioni fessurate (Eq. (4.12)) con livello di approssimazione IIb. In entrambi i casi è stato tenuto conto della precompressione, trattandosi di un sistema post-teso e quindi efficace sin dall'inizio del cavo.

Per la verifica della sezione di mezzeria della campata laterale è stata applicata la procedura vista al Par. 4.1.1 ove è stato differenziato il calcestruzzo della soletta da quello della trave ed è stata valutata l'entità delle perdite e delle cadute di precompressione in questa specifica sezione. La verifica per momento negativo, pur sembrando superflua, è stata inserita nella routine poiché dall'inviluppo dei momenti flettenti dei carichi di traffico è emerso un valore non trascurabile.

Per le motivazioni già spiegate, la verifica a flessione sull'appoggio di pila è stata condotta sulla sezione di vincolo, con la procedura impiegata per le sezioni soggette a momento negativo. La verifica a taglio, invece, è stata condotta sulla sezione distante un'altezza utile da quella di vincolo applicando il livello di approssimazione IIb, il quale tiene conto, tramite la procedura iterativa, dell'interazione tra taglio e momento flettente concomitante, riducendo così al minimo l'incertezza epistemica associata.

Infine, per la sella Gerber è stato applicato il modello strut-and-tie con un algoritmo di massimizzazione della capacità portante che va a scegliere il numero ottimale di staffe da tenere in conto per il modello a) di cui al Par. 4.2.1. Per il corrente teso sono state tenute in conto anche le armature di precompressione, oltre a quelle lente, adoperando una omogeneizzazione in resistenza. Oltre ai contributi dei due modelli è stato tenuto conto della presenza dei due cavi ancorati al naso della sella che offrono un non trascurabile effetto di sospensione, valutato secondo l'Eq. (4.45), che va ad incrementare la resistenza della sella. Pur non essendo, come già discusso, il migliore dal punto di vista dell'incertezza di modello, tale metodo risulta comunque dal lato della sicurezza, in accordo alla teoria classica della plasticità.

Per la verifica della sezione di mezzeria della trave tampone vale quanto detto in precedenza per la mezzeria della campata laterale.

5.5 Analisi di fragilità

5.5.1 Generalità

Nelle moderne normative strutturali, risulta di significativo interesse valutare la probabilità di superare prefissati livelli di danno al crescere dell'intensità o del tempo di ritorno dell'azione esterna. Questo approccio, già esplicitamente contenuto nelle normative sismiche (NTC 2018) che definiscono diverse azioni sismiche di progetto a seconda dello stato limite considerato e, corrispondentemente, diversi requisiti prestazionali associati, può applicarsi ad altre azioni quali quelle da traffico in un impalcato da ponte. I risultati di tali analisi sono descritti dalle cosiddette "curve di fragilità", cioè delle curve che descrivono la probabilità di collasso in funzione della misura di intensità prescelta, dove il termine collasso non è da intendersi in senso letterale, ma rappresenta generalmente il superamento di un requisito di performance strutturale, ad esempio il raggiungimento di un fissato livello di fessurazione, di una deflessione limite, un danneggiamento inaccettabile, ecc.

Normalmente, per il tracciamento delle curve di fragilità si preferisce un approccio di tipo numerico (metodo Monte Carlo) rispetto ad un metodo analitico (metodi di sicurezza strutturale probabilistici di 3° livello) che richiederebbe l'integrazione multi-dimensionale della funzione di stato limite, spesso non lineare, dipendente dal vettore delle variabili aleatorie (resistenze e azioni) riguardanti la struttura in esame. L'accuratezza del metodo Monte Carlo dipende, ovviamente, dal numero di campioni (simulazioni) considerati e dall'attendibilità delle funzioni densità di probabilità ipotizzate.

Nell'ambito di questa tesi, la misura di intensità (in inglese *intensity measure, IM*) per il tracciamento delle curve di fragilità è rappresentata dall'ampiezza dei carichi variabili da traffico. Al fine di consentire una rapida interpretazione dei risultati forniti da tali curve alla luce del quadro normativo vigente, l'ampiezza dei carichi (sia il distribuito che i concentrati) è stata adimensionalizzata per il valore di carico da traffico fornito dalle norme di riferimento (NTC 2018 o EC1), introducendo un parametro scalare $\alpha = q/q_{EC1}$. Tale parametro è assunto crescente da 0 a 3 con step di 0,01, così da contemplare, come casi limite, l'assenza di traffico veicolare ($\alpha = 0$), ed un carico variabile eccezionale pari a tre volte quello caratteristico indicato dalle normative ($\alpha = 3$). Le curve di fragilità indicano quantitativamente la probabilità di superamento di un determinato stato limite strutturale condizionata da una prefissata IM del carico variabile da traffico. Resta inteso che adottando un LM differente si possono stabilire i livelli di carico per la transitabilità quali quelli previsti dalle Linee Guida.

Il raggiungimento dello stato limite è, a sua volta, identificato quantitativamente dalla condizione che il rapporto domanda/capacità (DCR) sia maggiore o uguale ad 1, per cui la probabilità di collasso potrà esprimersi in formule matematiche come: $P[DCR \ge 1 | IM = \alpha]$.

Per calcolare la probabilità di collasso nel metodo numerico (Monte Carlo) adottato, si usa un approccio frequentistico, ovvero si introduce una funzione contatore, definita nella (5.1), per quantificare il numero di collassi. In questo modo, l'integrale della funzione di stato limite si riduce ad una semplice sommatoria della funzione contatore rispetto al totale delle simulazioni effettuate, come indicato dalla (5.2):

$$I_{DCR|IM} = \begin{cases} 0 & \text{se } DCR < 1\\ 1 & \text{se } DCR \ge 1 \end{cases}$$
(5.1)



Figura 5.38 - Curve di fragilità: grado di incertezza nullo (a), grado di incertezza elevato (b).

Osservando la forma delle curve di Figura 5.38 si intuisce visivamente il grado di incertezza sulle variabili in gioco. Tanto minori sono le incertezze, tanto più la curva tenderà ad una funzione gradino; viceversa all'aumentare delle incertezze la curva tenderà ad una funzione ad S.
Alcuni studi hanno evidenziato che generalmente le curve di fragilità di una struttura possono essere descritte dalla funzione di distribuzione cumulativa (CDF) LogNormale (Baker, 2015; Eads et al., 2013). Pertanto si può scrivere che:

$$P\left[DCR \ge 1 \middle| IM = \alpha\right] = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{\alpha}{\theta}\right)}{\beta}\right)$$
(5.3)

dove $P[DCR \ge 1 | IM = \alpha]$ ha il significato già descritto prima, mentre $\Phi()$ è la CDF della distribuzione LogNormale (vedi Appendice), $\theta \in \beta$ sono la media e la deviazione standard dei logaritmi delle IMs che producono il collasso. Proprio $\theta \in \beta$ sono i parametri che caratterizzano la distribuzione cercata e per la cui stima esistono due principali metodi: il metodo dei momenti ed il metodo della massima verosimiglianza (in inglese *maximum likelihood estimation, MLE*) (Baker, 2015).

Il primo trova i parametri tali per cui la distribuzione risultante abbia gli stessi momenti (cioè media e varianza) di quelli dei dati osservati (Eqq. (5.4) e (5.5)). L'altro trova i parametri tali che la distribuzione risultante abbia la maggior verosimiglianza in termini di probabilità di insuccesso con i dati reali (Eq. (5.6)). Talvolta le differenze tra i due metodi possono essere sostanziali, come nell'esempio riportato in Figura 5.39. In questi casi, la bontà dell'adattamento viene generalmente quantificata con il coefficiente di determinazione R2 (vedi Appendice).

$$\ln\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln \alpha_{f,i}$$
 (5.4)

$$\hat{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left[\ln \left(\frac{\alpha_{f,i}}{\hat{\theta}} \right) \right]^2}$$
(5.5)







Figura 5.39 - Esempio di fitting dei risultati mediante MLE e metodo dei momenti.

Le curve di fragilità hanno trovato grande applicazione nel campo dell'ingegneria sismica (Gogus & Wallace, 2015; Ibarra & Krawinkler, 2005; Porter et al., 2007) ma l'applicazione al caso di impalcati da ponte sotto carichi da traffico è ancora embrionale e limitata al caso di schemi statici di semplice appoggio (Miluccio et al., 2021).

Lo strumento delle curve di fragilità mostra ancor di più la propria utilità qualora si separino i vari meccanismi che governano il comportamento della struttura. Ad esempio, svolgendo delle analisi separate per il momento flettente e per il taglio nelle varie sezioni significative, si otterranno diverse curve che messe nello stesso diagramma permetteranno di individuare visivamente il meccanismo con maggiore probabilità di verificarsi per una determinata misura di intensità del carico esterno (vedi Figura 5.40a).

Al fine di valutare l'influenza delle diverse variabili aleatorie (VA) sulla risposta strutturale, è possibile eseguire delle analisi di sensitività su ciascun meccanismo. Le VA in gioco possono essere dati geometrici, resistenze dei materiali o azioni diverse da quella incrementale. Tali analisi vengono condotte in maniera deterministica su un set di precisi valori delle VA, ad esempio su μ , $\mu - \sigma e \mu + \sigma$, che vengono cambiati uno per volta a partire dal valor medio. In questo caso la sensitività *S* sarà data da:



 $S = \frac{R_{\mu+\sigma} - R_{\mu-\sigma}}{R_{\mu-\sigma}}$

Figura 5.40 - Esempi di curve di fragilità per diversi meccanismi (a), esempio di analisi di sensitività (b).

Normalmente, i risultati delle analisi di sensitività vengono rappresentati attraverso il cosiddetto "diagramma tornado" che permette di individuare visivamente quali siano le VA che maggiormente influenzano la risposta strutturale per un dato meccanismo, come mostrato in Figura 5.40b.

5.5.2 Applicazione al caso studio

L'impianto di calcolo appena esposto è stato inserito all'interno di una routine scritta in ambiente Matlab (The MathWorks Inc., 2021) con il fine di tracciare delle curve di fragilità allo Stato Limite Ultimo (SLU), distinguendo tutti i possibili meccanismi di collasso che possono avere luogo in un impalcato a schema Gerber. Le analisi sono state eseguite utilizzando il metodo Monte Carlo ed eseguendo 10^4 simulazioni per ciascun valore del moltiplicatore dei carichi variabili da traffico α , definito come frazione dei carichi agenti sull'impalcato di cui al Par. 5.3.3 e assunto crescente da 0 a 3 con step di 0,01. Il numero complessivo di analisi, pertanto, è di 3.010.000 per ciascun lotto.

Per tenere conto dell'incertezza intrinseca dei parametri meccanici e geometrici dell'impalcato oggetto delle verifiche, le simulazioni Monte Carlo implicano un campionamento casuale di alcuni dati di input. Nello specifico, le quantità coinvolte sono:

- la larghezza complessiva *w* dell'impalcato;
- i carichi permanenti non strutturali *g*₂;
- la resistenza del calcestruzzo delle solette $f_{c,slab}$;
- la resistenza del calcestruzzo delle travi *f*_{c,girder};
- la resistenza a snervamento dell'acciaio delle staffe f_{yw} ;
- la resistenza ultima dell'acciaio da precompressione *f*_{pt}.

La generazione casuale di ciascun elemento di input risponde ad una ben precisa funzione di distribuzione di probabilità. Con riferimento alla larghezza dell'impalcato – dalla quale dipende il valore della larghezza efficace di soletta collaborante *B* indicata in Figura 4.2 – è stata creata un'apposita funzione di probabilità di massa che attribuisce un valore discreto in ragione della numerosità reale dei casi, come mostrato in Figura 5.41a.

Una volta campionato il valore di w, la larghezza di soletta collaborante B è determinata dapprima associandone l'interasse i secondo quanto riportato in Tabella 5.2 e poi applicando quanto previsto dalle NTC 2018 al §4.3.2.3. A tal proposito, si fanno notare due circostanze: trattandosi di schema isostatico, le sollecitazioni non dipendono dalla rigidezza; nelle sezioni ove B risulta minore di i - cioè in corrispondenza degli appoggi su spalla e pila - il momento sollecitante è rispettivamente nullo e negativo, dunque la soletta non dà alcun contributo in termini di resistenza a flessione. Ne consegue che le verifiche di un impalcato a schema Gerber possono essere condotte assumendo *B* coincidente con *i*.

I campioni dei carichi g_2 sono stati estratti da una PDF Normale avente valore medio pari a 6,08 kN/m e CoV del 6,6%, stimato a partire dall'ipotesi di variazione dello spessore di pavimentazione di \pm 1/3 rispetto ad un valore base di 12 cm per tenere conto delle possibili situazioni di usura del manto o riasfaltatura senza idonea scarifica.

Per quanto concerne le resistenze dei materiali (calcestruzzo di solette e travi e acciaio ordinario), i campioni sono stati generati in maniera casuale ma rispondenti alle PDF i cui parametri sono stati calibrati sulla base dei dati sperimentali ricavati dall'estesa campagna di indagine in situ, introdotti al Par. 5.2. In particolare per i calcestruzzi è stata impiegata una PDF LogNormale mentre per gli acciai una normale. Si specifica che, con riferimento agli acciai ordinari, è stato considerato il solo contributo di quelli con perdita in massa inferiore al 4%. Questo poiché la corrosione è stata considerata a valle con la legge di riduzione in massa nel tempo dell'Eq. (2.27) e rappresentata in Figura 5.18.

Per la definizione della funzione di distribuzione probabilistica della resistenza dell'acciaio da precompressione è stata considerata una resistenza media a trazione pari a 1800 MPa con un CoV disponibile in dati di letteratura pari al 2,5% (Miluccio et al., 2021), utilizzando una distribuzione normale.

Poiché dai risultati delle indagini è emersa l'assenza di effetti tangibili di corrosione delle armature di precompressione delle travi, nelle analisi di fragilità è stata considerata soltanto la corrosione delle staffe, posto che il contributo delle armature longitudinali lente è stato, per semplicità, trascurato.

Per maggior ordine, si riporta in Tabella 5.12 un riepilogo delle variabili campionate, delle distribuzioni adottate e dei relativi parametri che le







Figura 5.41 - Campioni generati a partire dalla pdf teorica: larghezza dell'impalcato (a), carichi g₂ (b), resistenza della soletta Lotti 7 e 9 (c,d), resistenza della trave Lotti 7 e 9 (e,f), resistenza dell'acciaio delle staffe Lotti 7 e 9 (g,h), resistenza dell'acciaio da precompressione (i).

Variabile	Distribuzione adottata	Media	Dev. Std.	CoV
g ₂	Normale	6,08	0,40	6,6%
$f_{c,slab}\left(L7 ight)$	LogNormale	15,47	4,42	29%
$f_{c,slab}$ (L9)	LogNormale	23,76	4,56	19%
$f_{c,girder}(L7)$	LogNormale	27,46	4,42	16%
$f_{c,girder}$ (L9)	LogNormale	31,07	5,64	18%
$f_{yw}(L7)$	Normale	425	66	15%
f_{yw} (L9)	Normale	459	50	11%
f _{pt} (L7, L9)	Normale	1800	45	2,5%

Tabella 5.12 - Variabili campionate e distribuzioni adotta
--

Le espressioni per il calcolo della capacità descritte al Cap. 4 sono state considerate in maniera separata nelle analisi di fragilità con il fine di comprendere quali fossero i meccanismi di crisi aventi maggiore probabilità di collasso al variare del moltiplicatore dei carichi. In particolare, sono stati considerati i 7 modelli di capacità corrispondenti agli altrettanti 7 valori di domanda (sollecitazione) illustrati al precedente Par. 5.4.

Le curve di fragilità parametriche (CDF LogNormale) sono state tracciate con i due metodi di fitting descritti al Par. 5.5.1 e confrontate con le stime della probabilità di collasso discreta ottenute con l'approccio frequentistico. In tutte le casistiche è stato osservato che il metodo della massima verosimiglianza è quello che presenta un migliore adattamento rispetto alla curva discreta rispetto al metodo dei momenti in quanto presenta coefficienti di determinazione R² prossimi all'unità (adattamento perfetto) per tutte le curve tracciate. In Figura 5.42 si riportano le curve di fragilità relative a ciascun meccanismo e per entrambi i lotti in assenza di corrosione mentre in Figura 5.43 le curve di fragilità dei soli meccanismi a taglio, confrontando i risultati a inizio vita dei manufatti (t₀ = 0 anni), attuali (t₁ = 53 anni) e in previsione futura (t₂ = 100 anni), nell'ipotesi che non vi siano altre cause che accelerino la corrosione rispetto al tasso registrato sinora.





Figura 5.42 - Curve di fragilità in assenza di corrosione per i possibili meccanismi di collasso: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).



Figura 5.43 - Curve di fragilità del taglio a 0, 53 e 100 anni: Lotto 7 (a), Lotto 9 (b).

Infine, sono state eseguite delle analisi di sensitività per comprendere l'influenza di alcuni parametri nei confronti dei meccanismi di collasso risultati maggiormente critici dalle analisi di fragilità, ossia taglio e momento sulla regione di appoggio sulla pila (V_B e M_B) e momento nella mezzeria della trave tampone (M_{CD}), oltre al taglio sulla sella Gerber (V_C).

Posto che *w* influisce solo marginalmente sulle resistenze in quanto le variazioni di larghezza collaborante di soletta sono modeste e che g_2 non ha alcuna influenza sulle resistenze, le analisi di sensitività mostrate nel seguito sono relative alle variazioni dei soli parametri di resistenza meccanica dei materiali $f_{c,slab}$, $f_{c,girder}$, f_{yw} , f_{pt} . I risultati sono stati rappresentati in Figura 5.44 utilizzando i "diagrammi tornado".





Figura 5.44 - Sensitività di V_B, V_C, M_B e M_{CD} nei riguardi dei parametri meccanici di calcestruzzo e acciaio per il Lotti 7 (a,c,e,g) ed il Lotto 9 (b,d,f,h).

5.6 Analisi critica dei risultati

Partendo dall'osservazione delle PDF delle resistenze meccaniche dei materiali, risulta evidente che le opere del Lotto 7 abbiano in media caratteristiche meccaniche inferiori rispetto a quelle del Lotto 9, soprattutto con riferimento al calcestruzzo della soletta. Tale circostanza si traduce, già intuitivamente, in una differenza di prestazione nei riguardi dei meccanismi di flessione per momento positivo.

Tuttavia, dall'osservazione delle curve di fragilità emerge che, per ambo i lotti, il meccanismo "più fragile" per valori di carico inferiori a due volte quello caratteristico di normativa (α < 2) risulta quello del taglio nella regione prossima all'appoggio di pila (V_B), intendendo con tale termine quello che presenta la maggior probabilità di collasso. Il fatto che poi il collasso per taglio abbia di per sé natura fragile (nel senso classico della parola), amplifica l'attenzione da porre nella qualificazione della sicurezza strutturale.

Il risultato è coerente con quanto ci si aspettava, dal momento che in tale regione vi sono almeno due criticità dal punto di vista della concezione strutturale:

- non è presente, come normalmente avviene, alcun ringrosso d'anima per contrastare il taglio proveniente dalla reazione vincolare;
- l'impalcato è sprovvisto di controsoletta o comunque di un incremento della sezione di calcestruzzo all'intradosso che contrasti la compressione generata dal momento negativo, riducendo così la tensione a cui i cavi di precompressione potrebbero lavorare.

Difatti, sempre limitatamente a valori di carico inferiori a due volte quello caratteristico di normativa (α <2), il secondo meccanismo più fragile è proprio il momento flettente negativo sulla sezione di appoggio sulla pila (M_B^-). Peraltro, osservando i diagrammi delle analisi di sensitività di Figura 5.44c,d si nota che l'aumento del contributo del calcestruzzo (qui inteso come tensione ma rivedibile anche come area) gioca un ruolo maggiormente significativo nei riguardi della resistenza a flessione rispetto al contributo dei cavi di precompressione.

Eseguendo uno zoom sulla probabilità di collasso target fissata a 10⁻⁵ si osserva che questa viene raggiunta per un valore di α pari a 0,875 e 1,03 per i due lotti (vedi Figura 5.45). A tal proposito è bene evidenziare tre circostanze:

 il valore α = 1 corrisponde al carico di normativa caratteristico, pertanto il riferimento, se si considera il relativo coefficiente parziale di sicurezza, è rappresentato dal valore α = 1,35;

- la simulazione Monte Carlo necessita di un numero più elevato di analisi per stimare con accuratezza assoluta probabilità di collasso così basse;
- lo scopo delle curve di fragilità è quello di stimare con accuratezza assoluta la probabilità di collasso, bensì di definire un intorno di valori di α sul quale poi concentrare un numero maggiore di analisi, ad esempio 10⁶.



Figura 5.45 - Zoom della curva di fragilità V_B per la p_f fissata: Lotto 7 (a), Lotto (b).

Inserendo la corrosione delle staffe in entrambi i lotti per t = 53 anni (con riduzione di sezione pari a 4,2% e 1,8%) e per t = 100 anni (10,3% e 5,2%) si osserva che non vi sono grossi effetti sulle curve di fragilità, se non nella verifica della sella (V_c). Questo è coerente con quanto atteso dal momento che, con riferimento al taglio in B, l'assenza di ringrosso d'anima fa sì che la crisi si abbia sempre per taglio-compressione, e dunque una modesta riduzione del rapporto geometrico di armatura trasversale non modifica il meccanismo di collasso per taglio.

Peraltro, osservando anche le analisi di sensitività di Figura 5.44a,b si intuisce che la resistenza a trazione delle staffe giochi un ruolo marginale nella capacità a taglio V_B, mentre invece sia molto importante la resistenza del calcestruzzo delle travi. Anche qui la resistenza espressa in termini di tensione può essere rivista come area di calcestruzzo e quindi come altezza della trave e spessore d'anima (appena 20 cm). Situazione completamente opposta per la capacità V_C che, in virtù della grossa larghezza d'anima (70 cm), risulta molto influenzato dalla resistenza delle armature lente e di precompressione e poco o niente da quella del calcestruzzo della trave (Figura 5.44c,d).

Per quel che riguarda il taglio sulla regione di spalla (V_A), anche in questo caso la crisi è governata dai puntoni di calcestruzzo, dal momento che si tratta quasi sempre di regioni non fessurate per flessione.

Per la resistenza della sella invece, essendo la larghezza della sezione pari a 70 cm, la crisi è governata dalle armature (staffe e barre inclinate) e quindi le curve si spostano verso sinistra al progredire del tempo, con il Lotto 7 in misura maggiore in virtù del maggior CR.

In ultimo, dalle analisi di sensitività del momento flettente in campata della trave tampone (M_{CD}) emerge come la resistenza della soletta abbia un ruolo chiave, soprattutto nel Lotto 7 ove il valor medio è particolarmente basso. La resistenza del calcestruzzo della trave ha un'importanza marginale o addirittura nulla nel caso del Lotto 9, sintomo che l'asse neutro in questi manufatti tagli molto spesso la soletta. La resistenza dell'acciaio armonico riveste un'importanza secondaria in ragione della bassa varianza che è stata ad essa attribuita (CoV = 2,5% da fonte di letteratura). Questa circostanza dovrebbe poi essere presa in considerazione durante eventuali interventi sui manufatti.

Tenendo conto di tutti i risultati ottenuti, si può concludere che un intervento locale sulla sola zona di appoggio di pila permetterebbe di ridurre in modo consistente la vulnerabilità strutturale delle 18 opere prese in esame. In particolare, per quanto detto finora, l'intervento deve prevedere un ringrosso dello spessore d'anima e l'allargamento del bulbo inferiore. Così facendo le curve di fragilità di V_B e M_B traslerebbero verso destra, spostando il collasso sulla flessione della trave tampone M_{CD} già per valori del moltiplicatore dei carichi variabili da traffico prossimi a quelli di normativa ($\alpha < 2$) con almeno due benefici: il passaggio da un meccanismo fragile (taglio) ad uno duttile (flessione) con formazione di importanti fessure prima del collasso ma soprattutto l'aumento considerevole del moltiplicatore dei carichi che supera il valore target della probabilità di collasso.

CONCLUSIONI

Molti ponti, in Italia e nel mondo, stanno raggiungendo la fine della loro vita utile e necessitano di interventi non più procrastinabili. Contestualmente, il pianeta sta conoscendo sempre più da vicino gli effetti della crisi climatica indotti da una antropizzazione e industrializzazione fuori controllo e per i quali bisogna drasticamente cambiare la politica di sviluppo.

In questo contesto, recuperare il maggior numero possibile di manufatti da ponte limitando i casi di demolizione e ricostruzione è una questione di assoluta necessità. Le recenti Linee Guida stilate dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici cercano di porre in essere una serie di operazioni che prevedono il censimento e l'ispezione di tutte le opere presenti sul territorio nazionale e individuare quelle che necessitano di verifiche più accurate.

Tuttavia, non è mai stato tenuto conto del fatto che vi è un considerevole numero di manufatti - la maggior parte dei quali in c.a./c.a.p. - realizzati in serie all'interno di uno stesso lotto di costruzione e che necessariamente possiedono proprietà comuni scaturenti dalla circostanza di avere un'unica centrale di betonaggio del calcestruzzo, fornitura delle armature in acciaio, medesimo schema statico, ecc. In questo senso, le incertezze che ciascun manufatto porta intrinsecamente sono comuni alla "famiglia" a cui questo appartiene.

La presente tesi ambisce a definire una metodologia di analisi della sicurezza strutturale degli impalcati da ponte che, a partire dall'osservazione critica dei disegni e delle relazioni di progetto, accomuni più manufatti aventi caratteristiche comuni perché facenti parte di un determinato lotto di costruzione. Progettando un'estesa campagna di indagine che permetta di accertare le caratteristiche meccaniche e dello stato di degrado dei materiali, è possibile elaborare statisticamente i risultati contando su un'ampia popolazione, avendo cura di verificare a monte l'omogeneità dei dati sperimentali dei vari manufatti.

Con riferimento al classico schema a graticcio che ad oggi caratterizza gran parte delle opere realizzate in Italia, un'attenta analisi dei carichi permanenti e la scelta del miglior metodo semplificato di ripartizione dei variabili da traffico consentono di definire in modo agevole ma accurato le azioni gravanti sulla trave maggiormente caricata dell'impalcato. Dallo studio dello schema statico e dei modelli flessionali e taglianti applicati nelle sezioni di maggior interesse derivano le procedure per il calcolo della capacità.

La metodologia appena descritta è stata applicata agli impalcati di due lotti di cavalcavia dell'autostrada A20 Messina-Palermo denominati "Lotto 7" e "Lotto 9" e costituiti da 7 e 11 manufatti in c.a.p. a graticcio con schema Gerber, rispettivamente, sui quali è stata condotta una estesa campagna di indagine per la caratterizzazione dei materiali e dello stato di degrado dalla quale è emersa, come auspicato, una omogeneità dei risultati tra manufatti dello stesso lotto, i quali conseguentemente sono stati raggruppati. Dal confronto tra i due lotti invece è emersa una sostanziale differenza nella qualità dei materiali, in particolare del calcestruzzo delle solette, che presenta nel caso del Lotto 7 una resistenza sensibilmente inferiore rispetto al Lotto 9. Con riferimento alle armature di precompressione, vari indizi quali l'ispezione diretta delle guaine di cablaggio mediante apertura di apposita finestra, l'assenza di stati fessurativi a livello macroscopico, nonché le risultanze delle analisi di rilascio tensionale, fanno propendere per una integrità delle stesse ed una sostanziale assenza di corrosione.

Per quanto concerne le armature in acciaio dolce costituenti le staffe, dalla combinazione delle indagini sul contenuto di cloruri nel calcestruzzo e della ispezione visiva delle barre d'armatura è emersa l'assenza di fenomeni di pitting, pertanto la corrosione è stata valutata come percentuale di perdita in massa da analisi gravimetriche. Sono stati considerati due scenari di corrosione, a 53 anni (situazione odierna) e a 100 anni dalla costruzione, stimando la perdita in massa delle barre di armatura mediante un modello tempo-dipendente tarato sui test di carbonatazione effettuati.

Con riferimento ai carichi, vista la circostanza che le travi furono gettate tutte con il medesimo cassero, il permanente strutturale affetto da una marginale incertezza è stato considerato in maniera deterministica. Diversamente, per ciò che concerne le finiture, ossia il permanente non strutturale, è stata considerata una variazione aleatoria del $\pm 33\%$ sul peso della pavimentazione stradale per tenere conto di tutti i possibili cambiamenti durante la vita utile della struttura.

Tenendo conto delle risultanze sperimentali e delle considerazioni critiche sulle azioni e sullo stato di degrado osservato nei cavalcavia oggetto di indagine, sono state ipotizzate delle opportune distribuzioni di probabilità delle principali grandezze. Queste sono state utilizzate all'interno di un codice sviluppato in ambiente MATLAB per valutare probabilisticamente la sicurezza strutturale di un intero lotto tenendo in conto delle inevitabili incertezze del problema. Più specificatamente, le verifiche di sicurezza strutturale sono state condotte mediante simulazione Monte Carlo, ovvero tramite campionamento casuale delle azioni e delle resistenze a partire dalle distribuzioni di probabilità ipotizzate. I risultati riguardanti l'esito delle verifiche strutturali condotte sono stati elaborati

Conclusioni

statisticamente per derivare delle curve di fragilità: tali funzioni descrivono la probabilità di collasso di una struttura all'aumentare dell'intensità di un'azione esterna, nel caso in esame rappresentata dal carico variabile da traffico agente sull'impalcato. Per quest'ultimo, sono stati assunti i modelli di carico forniti dall'EC1 i cui valori sono stati considerati come misura di intensità e scalati in ampiezza per il tracciamento delle curve di fragilità attraverso la parametrizzazione di un moltiplicatore scalare $\alpha = q/q_{EC1}$ crescente da 0 a 3 con step di 0,01.

La peculiarità dello schema statico ha permesso di individuare 7 possibili modalità di collasso per valutare probabilisticamente la sicurezza strutturale dell'opera allo Stato Limite Ultimo (SLU): collasso a taglio su appoggio di spalla, pila e sella Gerber e collasso a flessione in mezzeria della campata laterale (positivo e negativo), sull'appoggio di pila e sulla mezzeria della trave tampone. Per la determinazione della capacità in queste particolari zone di impalcato sono stati scelti, tra quelli presenti in letteratura, i modelli più recenti ed affidabili. Per quanto concerne la resistenza a flessione delle sezioni, non vi è stato alcun dubbio sulla scelta stante la ormai consolidata teoria classica per le travi in c.a.p.. A tal proposito, il contributo dell'armatura lenta è stato per semplicità trascurato. Per quanto riguardo la resistenza a taglio si è fatto ricorso alla proposta contenuta nel Model Code 2020 attingendo al livello analitico più accurato. In ultimo, per la verifica delle selle Gerber è stato utilizzato il modello strutand-tie proposto dall'EC2. Per la stima delle caratteristiche di sollecitazione (domanda) nelle varie sezioni dell'impalcato oggetto di indagine, è stato adottato il metodo di ripartizione trasversale dei carichi di Courbon-Albenga come buon compromesso tra accuratezza e semplicità di calcolo.

Per ciascun valore di α (intensità del carico variabile da traffico), la probabilità di collasso dell'impalcato è stata quindi calcolata mediante una funzione indicatrice rappresentativa del confronto tra capacità e domanda, all'interno della suddetta simulazione Monte Carlo, eseguendo 10⁴ analisi. Filtrando i risultati ottenuti dalla funzione indicatrice nei quali la domanda superava la capacità per tutti i valori di α indagati, ed operando su di essi un opportuno fitting tramite distribuzione cumulativa LogNormale, è stato possibile tracciare le 7 curve di fragilità relative alle 7 postulate modalità di collasso, per ciascun lotto e per ciascuno scenario di corrosione (assenza di corrosione, corrosione a 53 e 100 anni dalla costruzione).

I risultati hanno evidenziato, in maniera coerente, probabilità di collasso maggiori per il lotto 7 rispetto al lotto 9 in virtù della minore qualità dei materiali che è stata riscontrata in fase di indagine. Comunque, per entrambi i lotti, i meccanismi che presentano le maggiori probabilità di collasso sono il taglio e il momento flettente al passaggio della trave di riva sulla pila. Queste evidenze sono in accordo con quanto previsto qualitativamente nella lettura dei disegni esecutivi. Erano infatti evidenti delle deficienze strutturali dal punto di vista concettuale nella regione di appoggio sulla pila quali la mancanza di controsoletta o opportuno allargamento della sezione di calcestruzzo nel bulbo inferiore e la mancanza di ringrosso d'anima. Proprio quest'ultima circostanza fa sì che il meccanismo di collasso per taglio sia governato dai puntoni di calcestruzzo e che quindi le riduzioni dell'area delle staffe dovute alla corrosione abbiano poca influenza sulla probabilità di collasso. Quanto emerso è stato confermato anche dalle relative di analisi di sensitività.

La metodologia proposta è di carattere generale e, seppur contestualizzata ad impalcati con schema Gerber nell'ambito di questa tesi, può facilmente applicarsi ad altre tipologie di impalcati a graticcio con travi semplicemente appoggiate, o rielaborata per il caso degli impalcati a cassone.

Lo studio condotto ha evidenziato come le curve di fragilità possano configurarsi come un utile strumento, pratico e di carattere generale, per le scelte decisionali che un ente gestore deve compiere sia nella fase immediata di limitazione del traffico veicolare che nella successiva fase di scelta degli interventi mirati sui meccanismi maggiormente critici, con un risparmio di tempo oltre che di risorse umane, finanziarie ed ambientali.

BIBLIOGRAFIA

- Abeles, P. W. (1966). *Introduction to Prestressed Concrete* (Vol. 2). Concrete Publications Ltd.
- AICAP. (2005). *La corrosione nel calcestruzzo. Fenomenologia, prevenzione, diagnosi, rimedi*. Pubblicemento.
- Andrade, C. (2018). Design and evaluation of service life through concrete electrical resistivity. *Revista ALCONPAT*, 8(3), 264–279. https://doi.org/10.21041/ra.v8i3.349
- Andrade, C., & Alonso, C. (2004). Test methods for on-site corrosion rate measurement of steel reinforcement in concrete by means of the polarization resistance method. *Materials and Structures*, *37*(9), 623– 643. https://doi.org/10.1007/BF02483292
- Andrade, C., Oller, S., & Trujillo, F. P. (2023). Basis for calculation the residual mechanical properties of corroding bars. *Structural Concrete*, *24*(1), 257–268. https://doi.org/10.1002/suco.202200310
- Andrew, R. P., & Witt, P. (1951). Prestressed concrete statically indeterminate structures. *Cement and Concrete Association*.
- Angotti, F., Guiglia, M., Marro, P., & Orlando, M. (2019). Progetto delle strutture in calcestruzzo armato. In *Hoepli*. Hoepli.

- Aparicio, A. C., & Arenas, J. J. (1981). Evolution up to Failure of Continuous Prestressed Concrete Bridge Decks. *IABSE Acta Periodica*, *3*, 44–81.
- Augenti, N. (1992). *Introduzione al calcolo delle strutture in parete sottile*. Liguori Editore.
- Baker, J. W. (2015). Efficient Analytical Fragility Function Fitting Using Dynamic Structural Analysis. *Earthquake Spectra*, *31*(1), 579–599. https://doi.org/10.1193/021113EQS025M
- Basile, D., De Vita, M., & Mineo, S. (2019). Stima della resistenza dell' acciaio delle barre di armatura in opera mediante prova di durezza Leeb. 1° Congresso Nazionale Associazione MASTER - Materials and Structures, Testing and Research, 45–60.
- Bazant, Z. P., & Wittman, F. H. (1982). Creep and shrinkage in concrete structures (Vol. 11). Wiley. https://doi.org/10.1002/eqe.4290110413
- Bazzucchi, F., Restuccia, L., & Ferro, G. (2018). Considerations over the Italian road bridge infrastructure safety after the Polcevera viaduct collapse: past errors and future perspectives. *Frattura Ed Integrità Strutturale*, *12*(46), 400–421. https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.46.37
- Belletti, B., Rodríguez, J., Andrade, C., Franceschini, L., Sánchez Montero, J., & Vecchi, F. (2020). Experimental tests on shear capacity of naturally corroded prestressed beams. *Structural Concrete*, *21*(5), 1777–1793. https://doi.org/10.1002/suco.202000205
- Bertolini, L., & Carsana, M. (2014). Materiali da costruzione. Città Studi.
- Bertolini, L., Elsener, B., Pedeferri, P., Radaelli, E., & Polder, R. B. (2004). *Corrosion of Steel in Concrete: Prevention, Diagnosis, Repair*. Wiley-VCH.
- Bhargava, K., Ghosh, A. K., Mori, Y., & Ramanujam, S. (2007). Corrosion-induced bond strength degradation in reinforced concrete—Analytical and empirical models. *Nuclear Engineering and Design*, 237(11), 1140–1157. https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.01.010
- Bruls, A., Croce, P., Sanpaolesi, L., & Sedlacek, G. (1996). Traffic loads on bridges. Calibration of road load models for road bridges. *Proceedings* of the IABSE Colloquium Basis of Design and Actions on Struc-Tures;

Background and Application of Eurocode 1, 439–454. https://doi.org/https://doi.org/10.5169/seals-56093

Calgaro, J. A., & Virlogeux, M. (1993). *Projet et construction des ponts*. Presses Ponts et Chaussées.

Ultimate Limit State Design Models: a state-of-art report, (1995).

- Chen, E., Berrocal, C. G., Löfgren, I., & Lundgren, K. (2020). Correlation between concrete cracks and corrosion characteristics of steel reinforcement in pre-cracked plain and fibre-reinforced concrete beams. *Materials and Structures*, *53*(2), 33. https://doi.org/10.1617/s11527-020-01466-z
- Cladera, A., Marí, A., & Ribas, C. (2021). Mechanical model for the shear strength prediction of corrosion-damaged reinforced concrete slender and non slender beams. *Engineering Structures*, 247, 113163. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113163
- Colajanni, P., Recupero, A., Ricciardi, G., & Spinella, N. (2016). Failure by corrosion in PC bridges: a case history of a viaduct in Italy. *International Journal of Structural Integrity*, 7(2). https://doi.org/10.1108/IJSI-09-2014-0046
- Di Leo, A., & Pascale, G. (1994). Prove non distruttive sulle costruzioni in c.a. *Il Giornale Delle Prove Non Distruttive*, *4*.
- Di Prisco, M., Colombo, M., & Martinelli, P. (2023). Structural Aspects of the Collapse of a RC Half-Joint Bridge: Case of the Annone Overpass. *Journal of Bridge Engineering*, *28*(11). https://doi.org/10.1061/JBENF2.BEENG-6063
- Di Prisco, M., Colombo, M., Martinelli, P., & Coronelli, D. (2018). Le cause tecniche del crollo del cavalcavia di Annone. *Italian Concrete Days*.
- Domaneschi, M., Pellecchia, C., De Iuliis, E., Cimellaro, G. P., Morgese, M., Khalil, A. A., & Ansari, F. (2020). Collapse analysis of the Polcevera viaduct by the applied element method. *Engineering Structures*, *214*, 110659. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2020.110659

- Eads, L., Miranda, E., Krawinkler, H., & Lignos, D. G. (2013). An efficient method for estimating the collapse risk of structures in seismic regions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 42(1), 25–41. https://doi.org/10.1002/eqe.2191
- EN 1991-2:2003. Eurocode 1: Actions on structures Part 2: Traffic loads on bridges.
- EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings, 50.
- Federation International du Beton (FIB). (2000). *fib Bulletin 10. Bond of re-inforcement in concrete*. fib. The International Federation for Structural Concrete. https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0010
- Model Code for Concrete Structures 2010, (2013). https://doi.org/DOI:10.1002/9783433604090
- Fernández Troyano, L. (2003). *Bridge Engineering: a global perspective*. Thomas Telford Ltd.
- fib Bulletin 80. (2016). Partial factor methods for existing concrete structures (R. Caspeele, Ed.). International Federation for Structural Concrete. https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0080
- Franciosi, V. (1984). *Problemi di scienza delle costruzioni* (Vol. 3). Liguori.
- Gabrielli, E., Colla, C., & Pascale, G. (2009). Il metodo impact-echo per la valutazione dello stato di riempimento di guaine di post-compressione in strutture di calcestruzzo. *AIPnD - PnD Congresso*.
- Gagg, C. R. (2014). Cement and concrete as an engineering material: An historic appraisal and case study analysis. *Engineering Failure Analysis*, *40*, 114–140. https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.02.004
- Geocisa, & Torroja Institute. (2001). *CONTECVET. A validated Users Manual for assessing the residual service life of concrete structures.*
- Giglio, M., Messina, D., Recupero, A., & Proverbio, E. (2023). Issues in estimating corrosion rate of steel wires for remaining service life prediction in post tensioned concrete structures. *4th CACRCS Workshop*

Capacity Assessment of Corroded Reinforced Concrete Structures, 311–314.

- Gogus, A., & Wallace, J. W. (2015). Fragility Assessment of Slab-Column Connections. *Earthquake Spectra*, *31*(1), 159–177. https://doi.org/10.1193/061812EQS220M
- Homberg, H., & Trenks, K. (1962). Drehsteife Kreuzwerke. In *Drehsteife Kreuzwerke*. Springer Berlin Heidelberg.
- Ibarra, L. F., & Krawinkler, H. (2005). Global collapse of frame structures under seismic excitations. *John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford, CA, 324*.

Norme relative ai carichi per il calcolo dei ponti stradali, (1962).

Norme Tecniche per le Costruzioni, (2018).

Circolare Applicativa delle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni, (2019).

Guidelines for classification and risk management, safety assessment, and structural health monitoring of existing bridges [Linee Guida per classificazione e gestione del rischio, valutazione della sicurezza e monitoraggio ponti esistenti] (in Italian), Pub. L. No. D.M. 578/2020 (2020).

- D.M. 204/2022 Linee guida per la classificazione e gestione del rischio, la valutazione della sicurezza ed il monitoraggio dei ponti esistenti, (2022).
- Izquierdo, D., Alonso, C., Andrade, C., & Castellote, M. (2004). Potentiostatic determination of chloride threshold values for rebar depassivation. *Electrochimica Acta*, *49*(17–18), 2731–2739. https://doi.org/10.1016/j.electacta.2004.01.034
- Li, D., Li, L., & Wang, X. (2020). Mathematical modelling of concrete carbonation with moving boundary. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, *117*, 104809. https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104809
- Manfredi, G., Masi, A., Pinho, R., Verderame, G., & Vona, M. (2008). *Valutazione degli edifici esistenti in Cemento Armato*. IUSS Press.

Masi, A. (2005). La stima della resistenza del calcestruzzo in situ mediante prove distruttive e non distruttive. *Il Giornale Delle Prove Non Distrut-tive, 1-2005*.

Messina, C. (1986). L' impalcato dei ponti. Alinea Editrice.

- Messina, D., & Proverbio, E. (2023). Effect of prestressing corrosion on failure in bridges. *Structural Concrete*, 24(1), 227–238. https://doi.org/10.1002/suco.202200360
- Miluccio, G., Losanno, D., Parisi, F., & Cosenza, E. (2021). Traffic-load fragility models for prestressed concrete girder decks of existing Italian highway bridges. *Engineering Structures*, 249, 113367. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2021.113367

D.M. 03/03/1975, (1975).

- Mitchell, D., Marchand, J., Croteau, P., & Cook, W. D. (2011). Concorde Overpass Collapse: Structural Aspects. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 25(6), 545–553. https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000183
- Moghaddasi, M., Cubrinovski, M., Chase, J. G., Pampanin, S., & Carr, A. (2011). Effects of soil-foundation-structure interaction on seismic structural response via robust Monte Carlo simulation. *Engineering Structures*, *33*(4), 1338–1347. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.01.011
- Nielsen, M. P., & Hoang, L. C. (2010). *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. CRC Press. https://doi.org/10.1201/B10432
- Pedeferri, P. (2018). *Corrosion Science and Engineering*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97625-9
- Pedeferri, P., & Bertolini, L. (2000). *La durabilità del calcestruzzo armato*. McGraw-Hill.
- Petrangeli, M. P. (1996). *Progettazione e costruzione di ponti* (4th ed.). Casa Editrice Ambrosiana.
- Polder, R. B. (2001). Test methods for on site measurement of resistivity of concrete a RILEM TC-154 technical recommendation. *Construction*

- *and Building Materials*, *15*(2–3), 125–131. https://doi.org/10.1016/S0950-0618(00)00061-1
- Porter, K., Kennedy, R., & Bachman, R. (2007). Creating Fragility Functions for Performance-Based Earthquake Engineering. *Earthquake Spectra*, 23(2), 471–489. https://doi.org/10.1193/1.2720892
- Proverbio, E., Recupero, A., & Venturi, V. (2021). Integrating destructive and non-destructive inspection techniques in evaluating tendon corrosion in posttensioned concrete beams. *3rd CACRCS Workshop Capacity Assessment of Corroded Reinforced Concrete Structures*, 263–266.
- Recupero, A., Spinella, N., & Tondolo, F. (2018). A Model for the Analysis of Ultimate Capacity of RC and PC Corroded Beams. *Advances in Civil Engineering*, 2018, 1–13. https://doi.org/10.1155/2018/8697109 Legge n.64/1974, (1974).
- RILEM. (1993). *Recommendations for in situ concrete strength determination by combined non-destructive methods. Compendium of RILEM Technical Recommendations: Vol. NDT 4.* E&FN Spon.

Romano, F., & Mazzotti, C. (2022). Prove di rilascio tensionale su elementi in calcestruzzo armato precompresso. *Italian Concrete Conference*.

- Scattarreggia, N., Salomone, R., Moratti, M., Malomo, D., Pinho, R., & Calvi, G. M. (2022). Collapse analysis of the multi-span reinforced concrete arch bridge of Caprigliola, Italy. *Engineering Structures*, *251*, 113375. https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2021.113375
- Schlaich, J., Schaefer, K., & Jennewein, M. (1987). Toward a consistent design of structural concrete. *PCI Journal*, *32*(3), 74–150. https://doi.org/10.15554/PCIJ.05011987.74.150
- Sgambi, L., Garavaglia, E., Basso, N., & Bontempi, F. (2014). Monte Carlo simulation for seismic analysis of a long span suspension bridge. *Engineering Structures*, *78*, 100–111. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.08.051

Spinella, N., & Messina, D. (2022). Load-bearing capacity of Gerber saddles in existing bridge girders by different levels of numerical analysis. *Structural Concrete*. https://doi.org/10.1002/SUCO.202200279

The MathWorks Inc. (2021). MATLAB R2021a.

Tukey, J. W. (1977). Exploratory Data Analysis. Pearson.

- UNI 10174:2020. Istruzioni per l'ispezione delle strutture di calcestruzzo armato esposte ad ambienti aggressivi mediante mappatura di potenziale.
- UNI EN 12390-13:2021. Prova sul calcestruzzo indurito Parte 13: Determinazione del modulo di elasticità secante in compressione.
- UNI EN 12504-1:2021. Prove sul calcestruzzo nelle strutture Parte 1: Carote - Prelievo, esame e prova di compressione.
- UNI EN 12504-2:2021. Prove sul calcestruzzo nelle strutture Parte 2: Prove non distruttive - Determinazione dell'indice sclerometrico.
- UNI EN 12504-3:2005. Prove sul calcestruzzo nelle strutture Parte 3: Determinazione della forza di estrazione.
- UNI EN 14629:2007. Prodotti e sistemi per la protezione e la riparazione delle strutture di calcestruzzo - Metodi di prova - Determinazione del contenuto di cloruri nel calcestruzzo indurito.
- UNI EN 14630:2007. Prodotti e sistemi per la protezione e la riparazione delle strutture di calcestruzzo - Metodi di prova - Determinazione della profondità di carbonatazione di un calcestruzzo indurito con il metodo della fenolftaleina.
- UNI EN ISO 15630-1:2019. Acciaio per calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso - Metodi di prova - Parte 1: Barre, rotoli e fili per calcestruzzo armato.
- UNI EN ISO 18265:2014. Materiali metallici Conversione dei valori di durezza.
- Val, D. V. (2007). Deterioration of Strength of RC Beams due to Corrosion and Its Influence on Beam Reliability. *Journal of Structural*

Engineering, *133*(9), 1297–1306. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:9(1297)

Vecchi, F., Franceschini, L., Tondolo, F., Belletti, B., Sánchez Montero, J., & Minetola, P. (2021). Corrosion morphology of prestressing steel strands in naturally corroded PC beams. *Construction and Building Materials*, 296, 123720.
https://doi.org/10.1016/j.com/wildowst.2021.122720

https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123720

Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (1986). The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI Journal, 83(2), 219–231. https://doi.org/10.14359/10416

- Zhang, D., Liu, T., & Shao, Y. (2020). Weathering Carbonation Behavior of Concrete Subject to Early-Age Carbonation Curing. *Journal of Materials in Civil Engineering, 32*(4). https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0003087
- Zhang, T., & Gjørv, O. E. (1996). Diffusion behavior of chloride ions in concrete. *Cement and Concrete Research*, *26*(6), 907–917. https://doi.org/10.1016/0008-8846(96)00069-5

APPENDICE: TRATTAMENTO STATISTICO DEI DATI

La corretta gestione di una vasta mole di dati non può prescindere dall'utilizzo degli strumenti della statistica. Questa infatti consente di combinare informazioni differenti, valutarne l'affidabilità, sintetizzarle e presentarle in maniera tale da evidenziare le caratteristiche chiave e permettere la costruzione di modelli decisionali e/o previsionali. Senza voler entrare troppo nel dettaglio dell'intera scienza della statistica, nel seguito verrà data una descrizione degli strumenti impiegati nel presente elaborato con particolare riferimento alla costruzione della distribuzione di frequenza di dati osservati, all'individuazione della distribuzione di probabilità che meglio la descrive e alla verifica della bontà dell'adattamento.

A.1 Distribuzione di frequenza e indici statistici

Dando per scontata la corretta acquisizione e registrazione dei dati (che in gergo statistico prendono il nome di *caratteri*), il primo passo per la loro elaborazione è senz'altro quello di ordinarli in senso crescente e suddividerli in un certo numero di intervalli detti *classi.* La scelta del numero e dell'ampiezza delle classi è appannaggio di chi interpreta i dati, ma deve essere funzione del numero totale dei caratteri osservati. Un numero troppo esiguo di classi porta ad un'eccessiva concentrazione dei dati e non la rende significativa; di contro, un numero troppo alto disperde molto i valori e non rende manifesta la forma della distribuzione. L'esperienza mostra che il numero minimo di classi va da 4-5 nel caso di 15-20 caratteri e può spingersi sino a 15-20 quando si hanno più di un centinaio di dati osservati.

Una volta stabilite le classi, si va poi a contare il numero di caratteri appartenenti a ciascuna, ottenendo in questo modo la cosiddetta *distribuzione delle frequenze assolute*. Alle volte può essere molto utile, specialmente per confrontare due o più popolazioni differenti, fare ricorso alla *distribuzione delle frequenze relative* dividendo quella assoluta per il numero totale osservazioni. Particolarmente interessante può essere la *distribuzione delle frequenze cumulate*, cioè la somma progressiva delle frequenze (siano esse assolute o relative) perché permette di individuare facilmente quante volte si presentano registrazioni inferiori o uguali ad un determinato valore.

Tutte queste distribuzioni vengono solitamente rappresentate sottoforma di istogramma e sono la pedissequa rappresentazione dei dati osservati. Al fine di comprendere i tratti significativi di una distribuzione di dati, può essere molto utile valutare degli indici che descrivono in maniera molto sintetica l'intera popolazione. Tali indici, chiamati indici statistici, possono appartenere a tre tipologie:

a) indici di posizione (cioè quelli che localizzano la distribuzione);

b) indici di variabilità (cioè quelli che misurano la dispersione di una distribuzione);

c) indici di forma (cioè quelli che individuano la forma della distribuzione). Tra gli indici di posizione si annoverano la moda, la mediana, i quartili ed i percentili ma indubbiamente il più utilizzato è la media, di cui in realtà ne esistono varie tipologie: aritmetica (semplice e ponderata), geometrica, armonica, quadratica e potenziata di ordine *k*. Tuttavia, per gli scopi della presente tesi, la trattazione può essere ridotta a quella più semplice possibile, cioè la media aritmetica semplice, indicata solitamente con la lettera greca μ o con l'operatore *E*[*X*](*Expected value*) e definita come:

$$E[X] = \mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$
(A1)

Essendo *x_i* la i-esima osservazione della variabile *X*, ed *n* il numero totale di osservazioni.

Meritano una breve nota i quartili, cioè quegli indici che dividono in 4 parti la distribuzione ordinata e aventi ciascuna il 25% della numerosità totale. Pertanto, il primo quartile (Q_1) lascia alla sua sinistra il 25% delle osservazioni e il 75% alla sua destra, il secondo (Q_2) lascia il 50% da entrambi i lati e corrisponde alla *mediana*, il terzo (Q_3) lascia il 75% a sinistra e il 25% a destra ed il fine il quarto (Q_4) coincide con il valore massimo.

Per quanto concerne gli indici di variabilità, questi si utilizzano per quantificare la dispersione dei dati attorno ad un indice di posizione. Quando la variabilità è nulla, tutti i dati sono uguali tra loro e pari all'indice di posizione considerato; man mano che variabilità cresce, le unità di diversificano sempre più fino ad arrivare ad una perfetta eterogeneità di valori. A seconda dell'aspetto della variabilità considerato, esistono diverse tipologie di indici di variabilità quali il range, lo scostamento medio assoluto e le differenze medie, ma anche in questo caso sarà fatto riferimento esclusivo ad un indice specifico (considerato come dispersione attorno alla media aritmetica semplice) che prende il nome di *scarto quadratico medio* o *deviazione standard*, indicato con la lettera greca σ e definito come la radice quadrata della *varianza* σ^2 come segue:

$$\sqrt{E\left[\left(x_{i}-\mu\right)^{2}\right]} = \sqrt{\sigma^{2}} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_{i}-\mu\right)^{2}}{n}}$$
(A2)

La preferenza dell'utilizzo della deviazione standard in luogo della varianza è da riferirsi al fatto che possiede la stessa unità di misura dei dati della distribuzione. In entrambi i casi è possibile notare che l'indice non può assumere valori negativi e che può crescere indefinitamente all' aumentare dell'eterogeneità della distribuzione. Per ottenere una misura adimensionale della variabilità di una distribuzione, e quindi per poterla confrontare con indici di altre distribuzioni, può essere molto utile dividere la deviazione standard per la media, ottenendo così il *coefficiente di variazione* indicato con la lettera greca γ o con le lettere *CV*:

$$\gamma = CV = \frac{\sigma}{\mu} \tag{A3}$$

In ultimo, gli indici di forma descrivono due aspetti della forma di una distribuzione: la *simmetria* e la *kurtosi*. Il primo, come si può facilmente intuire, indica se la distribuzione è o meno simmetrica rispetto all'asse verticale passante per il valor medio. Esistono diversi indici per valutare la simmetria ma il più utilizzato è il γ_1 *di Pearson* che si ottiene dividendo il momento centrale del terzo ordine per il cubo della deviazione standard:

$$\gamma_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^3 \tag{A4}$$

Se il γ_1 *di Pearson* è pari a zero la distribuzione è simmetrica e dunque la media coincide con il punto di massimo (detto *moda*) ed anche con la mediana, se è minore di zero è asimmetrica negativa (cioè la media è più piccola della mediana che a sua volta è più piccola della moda), mentre se è maggiore di zero è asimmetrica positiva (cioè la media è più grande della mediana che a sua volta è maggiore della moda). La kurtosi invece valuta il maggiore o minore appiattimento rispetto ad una distribuzione di riferimento che è la Normale o Gaussiana (di cui si parlerà nel prossimo paragrafo) e si ottiene sottraendo 3 dal rapporto tra il momento centrale del quarto ordine ed il quadrato del momento centrale del secondo ordine, e viene indicato con il simbolo γ_2 :

$$\gamma_{2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \mu)^{4}}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \mu)^{2}\right]^{2}} - 3 = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \mu)^{4}}{\left[\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \mu)^{2}\right]^{2}} - 3$$
(A5)

Se l'indice di kurtosi è pari a zero la distribuzione si definisce *meso-kurtica*, cioè è "piatta" come la Normale, se è minore di zero si definisce *platikurtica*, cioè è più piatta di una Normale, altrimenti se è maggiore di zero prende il nome di *leptokurtica*, cioè è più "appuntita" di una Normale.

Nella fase di raccolta dei dati, per vari motivi può capitare che vi siano dei valori anomali rispetto al resto della popolazione che vanno a inficiare gli indici statistici visti sinora. Ciò può accadere a causa di un errore umano nella rilevazione dei dati, per un errore strumentale, per una disomogeneità localizzata o per altri motivi. Per far fronte a questo problema, gli studiosi del settore hanno cercato di dare una definizione oggettiva di valore anomalo – noto nel mondo scientifico come *outlier* – e, nonostante non vi sia ancora una definizione univoca, la più accreditata e largamente utilizzata è quella di (Tukey, 1977) secondo cui gli outliers sono tutti quei valori non rientrano all'interno dell'intervallo:

$$[Q_1 - 1, 5IQR , Q_3 + 1, 5IQR]$$
 (A6)

Essendo *IQR*l'intervallo interquartile (in inglese *Inter Quartile Range*) pari alla differenza tra il terzo ed il primo quartile Q₃-Q₁.

A.2 Distribuzioni di probabilità

Quando la quantità dei dati osservati cresce indefinitamente, la distribuzione delle frequenze assume la connotazione di distribuzione di probabilità, cioè una vera e propria funzione matematica che descrive la probabilità che determinati valori di una certa variabile possano o meno essere osservati. Tale variabile, a causa del fatto che può avere valori totalmente casuali, è detta *variabile aleatoria* (v.a.) e può avere natura discreta o continua.

Nel caso di v.a. discrete, la *funzione di probabilità* $p(x_i)$ è definita come la probabilità che la v.a. *X* assuma valore pari a x_i (vedi Figura A.0.1 a). In formule:

$$p(x_i) = \mathbf{P}[X = x_i] \tag{A7}$$

Tale funzione deve soddisfare le proprietà:

$$0 \le p(x_i) \le 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} p(x_i) = 1$$
(A8)

Analogamente a quanto visto per le distribuzioni di frequenza, esiste una distribuzione cumulata anche per le distribuzioni di probabilità e prende il nome di *funzione di ripartizione* o *funzione di distribuzione cumulativa* $F(x_0)$ (vedi Figura A.0.1 b) definita come:

$$F(x_0) = \mathbf{P}\left[X \le x_0\right] \tag{A9}$$

Con le proprietà:

$$F(-\infty) = P[X \le -\infty] = 0$$

$$F(+\infty) = P[X \le +\infty] = 1$$
(A10)


Figura A.O.1 – Funzione di probabilità (a), funzione di distribuzione cumulativa (b).

Nel caso di v.a. continue, non ha più senso definire la probabilità che Xassuma un certo valore specifico, quanto piuttosto la probabilità che essa ricada all'interno di un intervallo di valori [a,b], ancorché piccolo. In tal caso si parla di *funzione densità di probabilità* p(x), nota nel mondo scientifico come *probability density function* (PDF) e che, in linea generale, è definita in tutto il campo dei numeri reali. Geometricamente, la probabilità P è pari all'area sottesa dalla pdf all'interno dell'intervallo [a,b], che altro non è che la definizione di integrale definito. Pertanto:

$$P[a \le X \le b] = \int_{a}^{b} p(x) dx$$
 (A11)

La pdf possiede le seguenti proprietà:

$$p(x) \ge 0 \quad \forall x \in [a, b]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) \, dx = 1$$
 (A12)

In particolare, la seconda proprietà è molto importante perché rafforza il concetto che la probabilità è pari all'area sottesa dalla pdf e che, considerando come intervallo l'intero campo dei numeri reali, la probabilità che la v.a. si trovi al suo interno è, com'è logico attendersi, unitaria, cioè è un evento certo. Parimenti al caso discreto, anche per v.a. continue si può ricorrere alla funzione di distribuzione cumulativa, definita come la probabilità che la v.a. *X* sia inferiore ad un certo valore *x*:

$$F(x) = \mathbb{P}[X \le x] = \int_{-\infty}^{x} p(t) dt$$
(A13)

Con le proprietà che:

$$0 \le F(x) \le 1$$

$$F(a) \le F(b) \quad \text{se } a \le b \quad (A14)$$

$$P[a \le X \le b] = F(b) - F(a)$$

L'ultima proprietà è particolarmente interessante in quanto permette di calcolare in maniera esatta l'area sottesa dalla pdf eseguendo una semplice sottrazione (vedi Figura A.0.2).



Figura A.O.2 - Funzione densità di probabilità (a), funzione di distribuzione cumulativa (b).

A.2.1 La distribuzione di probabilità Gaussiana o Normale

Tra le funzioni più studiate ed utilizzate vi è senza alcun dubbio la Gaussiana in quanto riesce a descrivere bene tutti molteplici fenomeni naturali grazie al fatto che segue la forma degli errori accidentali. Si tratta di una funzione simmetrica che dipende esclusivamente dalla media μ e dalla deviazione standard σ e che ha equazione:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$
(A15)

Tale funzione è definita in tutto \mathbb{R} e si sviluppa esclusivamente nel semiasse positivo delle ordinate per quanto visto nella (A12), cioè $p:\mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$. In particolare presenta valori nulli per $x \to \pm \infty$, un punto di massimo in corrispondenza del valor medio, e due punti di flesso in $x = \pm \sigma$. Chiaramente, quanto maggiore è la varianza, tanto più la curva sarà schiacciata (vedi Figura A.0.3a). L'effetto è visibile anche nella CDF in quanto a varianze alte corrispondono pendenze basse (vedi Figura A.0.3b).



Figura A.O.3 - Funzione densità di probabilità Normale (a) e funzione di distribuzione cumulativa (b) per diversi valori della deviazione standard.

A.2.2 La distribuzione di probabilità LogNormale

Quando si ha a che fare con grandezze fisiche che non possono avere valori negativi (ad esempio le resistenze dei materiali), può essere molto utile ricorrere alla distribuzione LogNormale in quanto è definita come $p: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$. Il passaggio da Normale a LogNormale si esegue tramite il cambio di variabile $x = \ln y$, da cui:

$$p(y) = \frac{1}{y\sigma_x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln y - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right]$$
(A16)

Dove μ_x e σ_x sono rispettivamente la media e lo scarto quadratico medio dei logaritmi della variabile indipendente *y*. A differenza della Normale, tale distribuzione è asimmetrica e non mesokurtica ed inoltre il valore atteso e la varianza non coincidono con μ e σ^2 ma sono dati dalle seguenti espressioni:

$$E[X] = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \tag{A17}$$

$$\operatorname{Var}[X] = \exp(2\mu + \sigma^{2}) \cdot \left[\exp(\sigma^{2}) - 1\right]$$
(A18)



Figura A.0.4 - Funzione densità di probabilità LogNormale (a) e funzione di distribuzione cumulativa (b) per diversi valori della deviazione standard, con $\mu_x = 0$.

A.2.3 La distribuzione di probabilità Esponenziale

Quando la distribuzione presenta valori positivi e strettamente decrescenti, quale può essere il tempo di vita di un componente, la distribuzione esponenziale può essere molto utile. In particolare, la sua funzione densità di probabilità è rappresentata dall'equazione:

$$p(x) = \begin{cases} \lambda \ e^{-\lambda x} & \text{per } x \ge 0\\ 0 & \text{per } x < 0 \end{cases}$$
(A19)

Dove λ è un parametro reale positivo che rappresenta il valore della PDF per *x* = 0 (vedi Figura A.0.5a) e coincide col reciproco del valor medio. Quanto maggiore è tale valore, tanto più i valori si raccolgono per valori piccoli di *x* (vedi Figura A.0.5b). Il valor medio e la varianza sono pari a:



Figura A.O.5 - Funzione densità di probabilità Esponenziale (a) e funzione di distribuzione cumulativa (b) per diversi valori di *λ*.

Abbastanza simile alla distribuzione Lognormale, la distribuzione di Weibull è definita sui numeri reali positivi ed è descritta da un parametro di scala λ e da uno di forma *k*. Quando *k* = 1 la distribuzione di Weibull degenera in quella esponenziale. L'equazione della pdf è la seguente:

$$p(x) = \frac{k}{\lambda^{k}} x^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k}\right]$$
(A21)

Tuttavia, a differenza delle altre distribuzioni sinora elencate, nel caso della Weibull i parametri che governano l'equazione (λ, k) non sono direttamente correlati alla media e alla deviazione standard, bensì devono essere calcolati tramite una procedura di ottimizzazione che consiste nel massimizzare un particolare indice chiamato *Maximum Likelihood Esti-mation* (MLE), funzione di λ e k, che ha equazione:

$$MLE = n\left(\ln k - k\ln\lambda\right) + \sum_{i=1}^{n} \left[(k-1)\ln x_i - \left(\frac{x_i}{\lambda}\right)^k \right]$$
(A22)

Con la condizione che i due parametri λ e *k* siano non negativi. In Figura A.0.6 sono riportati i diagrammi della pdf e della cdf.



Figura A.0.6 - Funzione densità di probabilità Weibull (a) e funzione di distribuzione cumulativa (b) per diversi valori di *λ* e *k*.

A.3 Verifica della bontà dell'adattamento

La trattazione analitica di fenomeni dipendenti dai dati campionati è possibile grazie al passaggio dalla distribuzione delle frequenze alla distribuzione di probabilità. Questo avviene tramite gli indici statistici descritti in precedenza, su tutti la media e la deviazione standard. Tuttavia, può succedere che una distribuzione di probabilità avente indici statistici uguali a quelli della distribuzione di frequenze, non si adatti a quest'ultima in maniera soddisfacente. In letteratura esiste più di un test che stima la bontà dell'adattamento, come il test di Kolmogorov-Smirnov o il test binomiale, ma certamente quello più utilizzato è il test del Chi-Quadrato (χ^2). Il test si basa sulla formulazione di due ipotesi contrapposte, delle quali in realtà non è possibile stabilire con certezza quale sia vera ma solo valutare probabilisticamente quale sia la più plausibile. Le ipotesi sono:

- H₀ (ipotesi nulla): la distribuzione teorica si adatta bene ai dati osservati;
- H₁ (ipotesi alternativa): la distribuzione teorica non si adatta bene ai dati osservati.

La valutazione probabilistica dell'ipotesi nulla avviene valutando l'indice χ^2 e confrontandolo con quello ottenuto da una distribuzione nota, che è appunto la distribuzione chi quadrato, avendo fissato un livello di significatività α . Tale coefficiente individua, all'interno dell'area sottesa dalla pdf della distribuzione chi quadrato, la regione di rifiuto dell'ipotesi nulla (vedi Figura A.0.7). Convenzionalmente, α viene assunto pari al 5% ma la scelta del suo valore è totalmente soggettiva e dipendente dal rischio che ci si vuole assumere nel commettere due possibili tipi di errore:

- Errore di 1^a specie: rifiutare l'ipotesi nulla H₀ anche se in realtà è vera;
- Errore di 2^a specie: accettare l'ipotesi nulla H₀ anche se in realtà è falsa.

Infatti, minore è α , minore è la possibilità di commettere l'errore di 1^a specie ma contestualmente è maggiore la possibilità di commettere l'errore di 2^a specie, dal momento che i due errori sono interdipendenti. L'esperienza ha mostrato che per $\alpha = 0,05$ si ottiene un buon bilanciamento tra i due rischi.



Figura A.0.7 - Distribuzione Chi quadrato: pdf (a), cdf (b).

L'indice χ^2 si calcola a partire dal confronto tra gli scarti tra le frequenze osservate $f_{o,i}$ e quelle attese $f_{a,i}$ dell'*i-esima* classe (cioè dell'*i-esimo* intervallo in cui si è suddivisa la popolazione), avendo cura di formare le *c* classi in modo tale che nessuna abbia frequenza assoluta inferiore a 5, pena la non affidabilità del test. Le frequenze attese, sono pari all'area sottesa tra gli estremi di ciascun intervallo $[a_i, b_i]$ della pdf, moltiplicata per il numero totale di campioni *n*. Questo perché qualunque pdf per definizione ha area sottesa unitaria e quindi un valore massimo di cdf pari a 1, mentre i dati osservati devono necessariamente essere riportati in termini di frequenze assolute (per la regola di affidabilità del test) e non relative. Ma alla luce della (A14) l'area sottesa dalla pdf è pari allo scarto tra le cdf valutate ai due estremi, pertanto:

$$f_{a,i} = n \int_{a_i}^{b_i} p(x) \, dx = n \big[F(b_i) - F(a_i) \big]$$
(A23)

Allora l'indice χ^2 può essere valutato come:

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{c} \frac{\left(f_{o,i} - f_{a,i}\right)^{2}}{f_{a,i}}$$
(A24)

Tale indice va confrontato con il valore critico χ_{cr}^2 ottenuto dalla distribuzione di probabilità chi quadrato per fissato valore di α (che ne rappresenta il [(1- α)·100]-esimo percentile) e per un numero di gradi di libertà gdl = c - 1, essendo c il numero di classi in cui è stata suddivisa la popolazione. Tale distribuzione, già mostrata in Figura A.0.7, per consentire un' immediata operatività è stata riportata in vari testi di statistica in forma tabellare, di cui se ne riporta uno stralcio in Tabella A.0.1.

Gradi di libertà	α					
	0,5	0,25	0,1	0,05	0,01	0,001
1	0,45	1,32	2,71	3,84	6,63	10,83
2	1,39	2,77	4,61	5,99	9,21	13,82
3	2,37	4,11	6,25	7,81	11,34	16,27
4	3,36	5,39	7,78	9,49	13,28	18,47
5	4,35	6,63	9,24	11,07	15,09	20,51
6	5,35	7,84	10,64	12,59	16,81	22,46
7	6,35	9,04	12,02	14,07	18,48	24,32
8	7,34	10,22	13,36	15,51	20,09	26,12
9	8,34	11,39	14,68	16,92	21,67	27,88
10	9,34	12,55	15,99	18,31	23,21	29,59
11	10,34	13,70	17,28	19,68	24,73	31,26
12	11,34	14,85	18,55	21,03	26,22	32,91
13	12,34	15,98	19,81	22,36	27,69	34,53
14	13,34	17,12	21,06	23,68	29,14	36,12
15	14,34	18,25	22,31	25,00	30,58	37,70

Tabella A.O.1 - Valori critici di χ^2 al variare dei gdl e di α .

A questo punto si aprono due possibili scenari:

- $\chi^2 > \chi_{cr}^2$: l'ipotesi nulla H₀ non può essere accettata;
- $\chi^2 \le \chi_{cr}^2$: l'ipotesi nulla H₀ può essere accettata;

Un ulteriore metodo che viene spesso utilizzato per quantificare la bontà dell'adattamento, nonostante non dia un esito ma solo un indice compreso tra 0 e 1, è quello che prevede il calcolo del coefficiente di determinazione R². Tale valore è ottenuto come complemento all'unità del rapporto tra la sommatoria del quadrato dei residui e la sommatoria del quadrato degli scarti dalla media, intendendo per residuo la differenza tra il dato osservato e quello atteso, mentre per scarto dalla media la differenza tra il dato osservato e la media dei dati osservati. In formule:

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{c} (f_{o,i} - f_{a,i})^{2}}{\sum_{i=1}^{c} (f_{o,i} - E[f_{o}])^{2}}$$
(A25)